

DNB 17 Antilles

Professeur : Christian CYRILLE

3 juillet 2017

1 Exercice 1 - Probabilités - 4 points

Dans une urne contenant des boules vertes et des boules bleues, on tire au hasard une boule et on regarde sa couleur. On remplace ensuite la boule dans l'urne et on mélange les urnes.

La probabilité d'obtenir une boule verte est de $\frac{2}{5}$.

1. Expliquer pourquoi la probabilité d'obtenir une boule bleue est égale à $\frac{3}{5}$
2. Paul a effectué 6 tirages et a obtenu une boule verte à chaque fois.
Au 7^{ième} tirage, aura-t-il plus de chances d'obtenir une boule bleue qu'une boule verte ?
3. Déterminer le nombre de boules bleues dans cette urne sachant qu'il y a 8 boules vertes.

1.1 Corrigé

1. Notons V : "obtenir une boule verte" et B : "obtenir une boule bleue".

Ces deux événements sont contraires donc $B = \bar{V}$ donc $Pr(B) = Pr(\bar{V}) = 1 - Pr(V) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

2. Comme ce sont des tirages avec remise, tous les tirages sont indépendants les uns des autres donc au 7^{ème} tirage, peu importe ce qui s'est passé au cours des 6 tirages précédents la probabilité d'avoir une boule bleue reste toujours $\frac{3}{5}$ donc **il y a toujours plus de chances d'obtenir une boule bleue qu'une boule verte.**
3. Soit x le nombre de boules de l'urne, alors comme il y a 8 boules vertes, on a : $\frac{2}{5} = Pr(V) = \frac{8}{x}$ donc $2x = 8 \times 5$ d'où $2x = 40$. Par conséquent $x = 20$. **Le nombre de boules bleues est donc $20 - 8 = 12$**

2 Exercice 2 - Algorithmique - 6 points



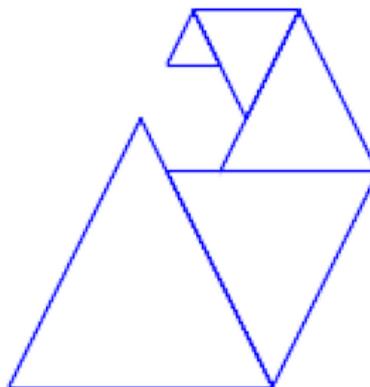
On donne le programme suivant qui permet de tracer plusieurs triangles équilatéraux de tailles différentes. Ce programme comporte une variable nommée "côté". Les longueurs sont données en pixels. On rappelle que l'expression **s'orienter à 90** signifie que l'on se dirige vers la droite.

```

quand [drapeau] est cliqué
effacer tout
aller à x: -200 y: -100
s'orienter à 90
mettre côté à 100
répéter 5 fois
  triangle
  avancer de côté
  ajouter à côté -20
  →

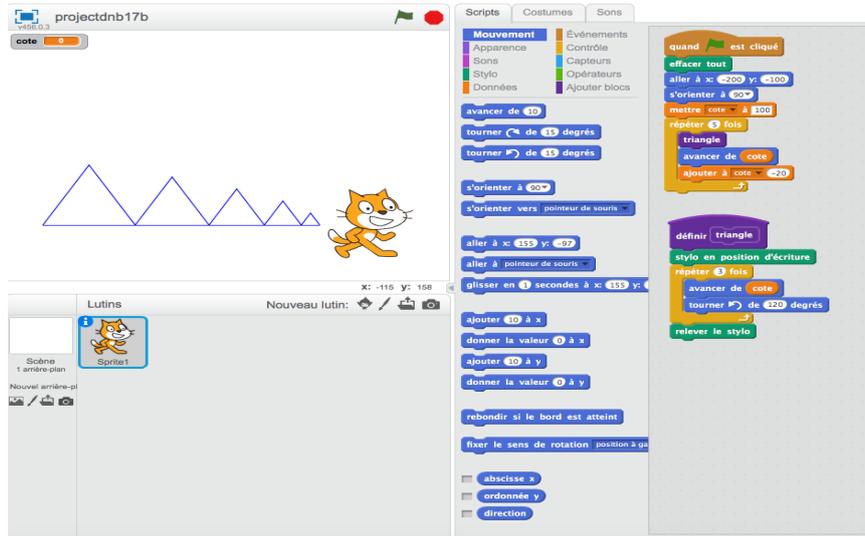
définir triangle
  stylo en position d'écriture
  répéter 3 fois
    avancer de côté
    tourner de 120 degrés
  relever le stylo
  
```

1. Quelles sont les coordonnées du point de départ du tracé ?
2. Combien de triangles sont dessinés par le script ?
3. (a) Quelle est la longueur en pixels du côté du deuxième triangle tracé ?
(b) Tracer à main levée l'allure de la figure obtenue quand on exécute ce script .
4. On modifie le script initial pour obtenir la figure ci-dessous. Après quelle instruction peut-on placer l'instruction "tourner à gauche de 60°" pour obtenir cette nouvelle figure.

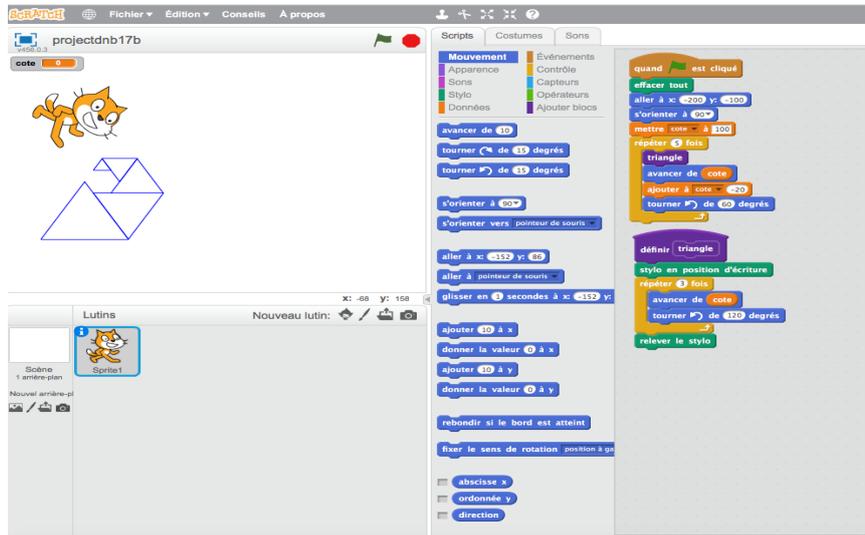


2.1 Corrigé

1. Les coordonnées du point de départ sont $(-200; -100)$
2. La boucle "répéter" fonctionne 5 fois donc il y aura 5 triangles dessinés par le script.
3. Dans le premier tour de boucle la variable côté stocke la valeur 100 puis l'instruction ajouter à côté côté - 20 met $100 - 20$ c'est-à-dire 80 dans côté.
Donc le deuxième triangle dessiné par le script aura pour longueur 80 pixels.



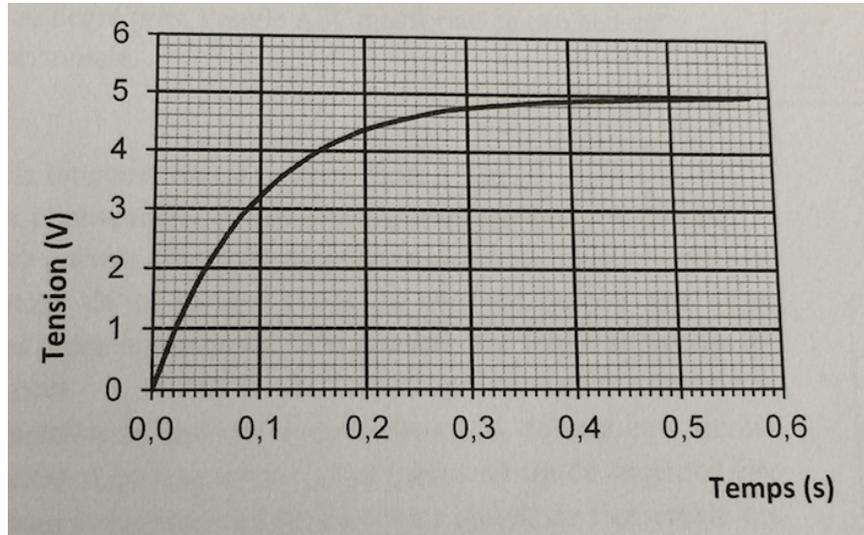
4. Pour obtenir la figure proposée, on peut placer l'instruction **Tourner de 60°** tout de suite après l'instruction **"ajouter à côté-20"** dans la boucle répéter.



3 Exercice 3 - Courbe représentative d'une fonction - 4 points

Un condensateur est un composant électronique qui permet de stocker de l'énergie électrique pour la restituer plus tard.

Le graphique suivant montre l'évolution de la tension mesurée aux bornes d'un condensateur en fonction du temps lorsqu'il est en charge.



1. S'agit-il d'une situation de proportionnalité ? Justifier.
2. Quelle est la tension mesurée au bout de 0,2 s ?
3. Au bout de combien de temps la tension aux bornes du condensateur aura-t-elle atteint 60% de la tension maximale qui est estimée à 6 V ?

3.1 Corrigé

1. Comme la courbe représentative de la fonction f telle que $tension = f(temps)$ n'est pas une droite alors ce n'est pas une situation de proportionnalité.
2. Par lecture graphique, au bout de $t = 0,2$ s la tension est $V \approx 4,30$ V.
3. $60\% \times 5 = 3$ donc par lecture graphique, au bout de 0,09 s la tension a atteint 60% de la tension maximale.

4 Exercice 4 - Géométrie - 8 points

Les panneaux photovoltaïques permettent de produire de l'électricité à partir du rayonnement solaire. Une unité courante pour mesurer l'énergie électrique est le kilowatt-heure, abrégé en kWh.

1°) Le plus souvent, l'électricité produite n'est pas utilisée directement, mais vendue pour être distribuée dans le réseau électrique collectif. le prix d'achat du kWh, donné en **centimes d'euro**, dépend du type d'installation et de sa puissance totale, ainsi que de la date d'installation des panneaux solaires. Ce prix d'achat du kWh est donné dans le tableau ci-dessous :

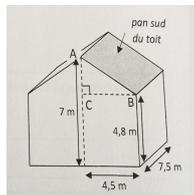
Tarifs d'un kWh en centimes d'euros

Type d'installation	Puissance totale	Date d'installation			
		Du 01/01/15 au 31/03/15	du 01/04/15 au 30/06/15	du 01/07/15 au 30/09/15	du 01/10/15 au 31/12/15
Type A	0 à 9 kW	26,57	26,17	25,78	25,39
Type B	0 à 36 kW	13,46	13,95	14,7	14,4
	36 à 100 kW	12,79	13,25	13,96	13,68

Source : <http://www.developpement-durable.gouv.fr>

En mai 2015, on installe une centrale solaire du type B, d'une puissance de 28 kWh. Vérifier que le prix d'achat de 31420 kWh est d'environ 4383 €.

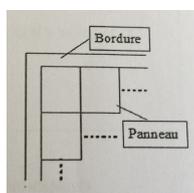
2°) Une personne souhaite installer des panneaux photovoltaïques sur la partie du toit de sa maison orientée au sud. Cette partie est grisée sur la figure ci-dessous :



La production d'électricité des panneaux solaires dépend de l'inclinaison du toit. Déterminer, au degré près, l'angle \widehat{ABC} que forme ce pan sud avec l'horizontale.

3°)

- Montrer que la longueur AB est environ égale à 5 m.
- Les panneaux photovoltaïques ont la forme d'un carré de 1 m de côté. Le propriétaire prévoit d'installer 20 panneaux. Quel pourcentage de la surface totale du pan sud du toit sera alors couvert par les panneaux solaires ?
- La notice d'installation indique que les panneaux doivent être accolés les uns aux autres et qu'une bordure d'au moins 30 cm de large doit être laissée libre pour le système de fixation tout autour de l'ensemble des panneaux. Le propriétaire peut-il installer les 20 panneaux prévus ?



4.1 Corrigé

1. Nous sommes en présence d'une installation de type B d'une puissance de 28 kW installée en mai 2015 donc le prix d'achat de 31420 kWh est $31420 \times 0,1395 \approx 4383,09 \text{ €}$
2. $AC = 7 - 4,8 = 2,2 \text{ m}$ donc $\tan(\widehat{ACB}) = \frac{AC}{CB} = \frac{2,2}{4,5} \approx 0,489$ d'où $\widehat{ACB} = \arctan(0,489) \approx 26^\circ$
3. (a) Le triangle ACB est rectangle en C donc d'après le théorème de Pythagore l'on a :
 $AB^2 = AC^2 + CB^2 = 2,2^2 + 4,5^2 = 4,84 + 20,25 = 25,09$ donc $AB = \sqrt{25,09} \approx 5,01 \text{ m}$
- (b) — La surface du pan sud est environ $5 \times 7,5 = 37,5 \text{ m}^2$
— Avec 20 panneaux carrés de 1 m de côté, on obtient une surface en panneaux de 20 m^2
— Le pourcentage de la surface du toit couverte par les panneaux est donc $\frac{20}{37,5} = 0,5333 \approx 53\%$
- (c) — Une fois enlevée les bordures, il lui reste en longueur $7,5 - 0,6 = 6,9$ donc il ne peut poser en longueur que 6 panneaux
— Une fois enlevée les bordures, il lui reste en largeur $5 - 0,6 = 4,4$ donc il ne peut poser en largeur que 4 panneaux
— En tout, il pourra poser théoriquement $6 \times 4 = 24$ panneaux donc il peut poser ses 20 panneaux!!!

5 Exercice 5 - Algèbre -points



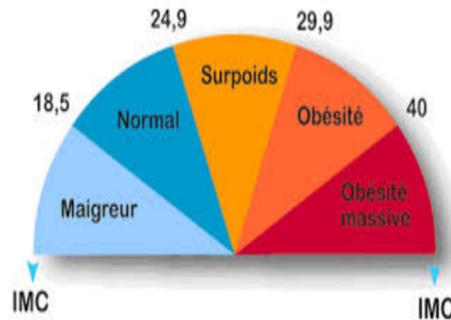
- Lors des Jeux Olympiques de Rio en 2016, la danoise Pernille Blume a remporté le 50 m nage libre en 24,07 s.
A-t-elle nagé plus rapidement qu'une personne qui se déplace en marchant vite, c'est-à-dire à 6 km/h
- On donne l'expression $E = (3x + 8)^2 - 64$
 - Développer E .
 - Montrer que E peut s'écrire sous la forme factorisée : $3x(3x + 16)$
 - Résoudre l'équation $(3x + 8)^2 - 64 = 0$
- La distance d de freinage d'un véhicule dépend de sa vitesse et de l'état de la route.
On peut la calculer à l'aide de la formule suivante :
 $d = k \times V^2$ avec
 d : distance de freinage en m
 V : vitesse du véhicule en m/s
 k coefficient dépendant de l'état de la route

$$\begin{cases} k = 0,14 \text{ sur route mouillée} \\ k = 0,08 \text{ sur route sèche} \end{cases}$$
 Quelle est la vitesse d'un véhicule dont la distance de freinage sur route mouillée est de 15 m ?

5.1 Corrigé

- La vitesse de la nageuse est $v = \frac{d}{t} = \frac{50 \times 10^{-3} \text{ km}}{24,07 \times \frac{1}{3600} \text{ h}} = 7,47 \text{ km/h}$
donc **la nageuse a nagé plus rapidement que la personne qui se déplaçait à 6 km/h**
- (a) $E = (3x + 8)^2 - 64 = (3x)^2 + 2(3x)(8) + 8^2 - 64 = 9x^2 + 48x + 64 - 64 = 9x^2 + 48x$
 - Méthode 1 : $3x(3x + 16) = 9x^2 + 48x = E$
— Méthode 2 : On sait que $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ donc $E = (3x + 8)^2 - 8^2 = (3x + 8 - 8)(3x + 8 + 8) = 3x(3x + 16)$
 - (c) $(3x + 8)^2 - 64 = 0 \iff 3x(3x + 16) = 0 \iff 3x = 0 \text{ ou } 3x + 16 = 0 \iff x = 0 \text{ ou } 3x = -16 \iff x = 0 \text{ ou } x = \frac{-16}{3}$
- $V^2 = \frac{d}{k} = \frac{15}{0,14} = 107,142$ donc $V = \sqrt{107,142} \approx 10,35 \text{ m/s}$

6 Exercice 6 - Tableur - Statistiques - 8 points

**Document n° 1**

Le surpoids est devenu un problème majeur de santé, celui-ci prédispose à beaucoup de maladies et diminue l'espérance de vie.

L'indice le plus couramment utilisé est celui de masse corporelle (IMC)

Document n° 2

L'IMC est une grandeur internationale permettant de déterminer la corpulence d'une personne adulte entre 18 ans et 65 ans.

Il se calcule avec la formule suivante $IMC = \frac{masse}{taille^2}$ avec *masse* en kg et *taille* en m.

Normes :

$18,5 \leq IMC < 25$: corpulence normale.

$25 \leq IMC < 30$: surpoids

$30 \leq IMC$: obésité

- Dans une entreprise, lors d'une visite médicale, un médecin calcule l'IMC de six des employés. Il utilise pour cela une feuille de tableur dont voici un extrait :

	A	B	C	D	E	F	G
1	Taille (en m)	1,69	1,72	1,75	1,78	1,86	1,88
2	Masse (en kg)	72	85	74	70	115	85
3	IMC(*)	25,2	28,7	24,2	22,1	33,2	24,0
4	(*) valeur approchée au dixième						

- Combien d'employés sont en situation de surpoids ou d'obésité dans cette entreprise ?
- Laquelle de ces formule a-t-on écrite dans la cellule B3, puis recopiée à droite, pour calculer l'IMC ? Recopier la formule correcte sur la copie.

$$= 72/1,69^2$$

$$= B1/(B2 * B2)$$

$$= B2/(B1 * B1)$$

$$= $B2/($B1 * $B1)$$

- Le médecin a fait le bilan de l'IMC de chacun des 41 employés de cette entreprise. Il a reporté les informations recueillies dans le tableau suivant dans lequel les IMC ont été arrondis à l'unité près.

IMC	20	22	23	24	25	29	30	33	Total
Effectif	9	12	6	8	2	1	1	2	41

- Calculer une valeur approchée, arrondie à l'entier près, de l'IMC moyen des employés de cette entreprise.
- Quel est l'IMC médian ? Interpréter ce résultat.
- On lit dans certains magazines : "On estime qu'au moins 5% de la population mondiale est en surpoids ou obèse". Est-ce le cas pour les employés de cette entreprise ?

6.1 Corrigé

1. (a) En lisant la ligne 3 de la feuille de calcul, on constate qu'il ya 3 employés qui sont en surpoids ou en obésité car leur $IMC > 25$.
Ce sont les employés B, C, F .
- (b) La formule correcte en cellule numérotée $B3$ est $=B2/(B1*B1)$ à recopier à droite dans les cellules $C3, D3, E3, F3, G3$

	A	B	C	D	E	F	G
1	Taille (en m)	1,69	1,72	1,75	1,78	1,86	1,86
2	Masse (en Kg)	72	85	74	70	115	85
3	IMC	=B2/(B1*B1)	=C2/(C1*C1)	=D2/(D1*D1)	=E2/(E1*E1)	=F2/(F1*F1)	=G2/(G1*G1)
4							

2. (a) l'IMC moyen est $\frac{20 \times 9 + 22 \times 12 + 27 \times 6 + 24 \times 8 + 25 \times 2 + 29 \times 1 + 30 \times 1 + 33 \times 2}{41} = \frac{949}{41} \approx 23$
- (b) $N = 41$ donc $\frac{41}{2} = 20,5$ et $9 + 12 = 21$ donc l'IMC médian est 22.
50% de l'effectif total a moins de 22 d'IMC et 50% a plus de 22 d'IMC.
- (c) Le pourcentage de personnes en surpoids ou obèses dans cette entreprise est $\frac{2 + 1 + 1 + 2}{41} = \frac{6}{41} \approx 14,6\%$ donc l'estimation d'au moins 5% en surpoids ou obèse est juste.

7 Exercice - Grandeurs et mesures - 7 points



Léo a ramassé des fraises pour faire de la confiture.

1. Il utilise les proportions de sa grand-mère : 700 g de sucre pour 1 kg de fraises.
Il a ramassé 1,8 kg de fraises. De quelle quantité de sucre a-t-il besoin ?
2. Après cuisson, Léo a obtenu 2,7 litres de confiture.
Il verse la confiture dans des pots cylindriques de 6 cm de diamètre et de 12 cm de haut, qu'il remplit jusqu'à 1 cm du bord supérieur.
Combien pourra-t-il remplir de pots ?
Rappels : 1 litre = 1000 cm³ ; Volume d'un cylindre = $\pi \times R^2 \times h$
3. Il colle ensuite sur ses pots une étiquette rectangulaire de fond blanc qui recouvre toute la surface latérale du pot.
 - (a) Montrer que la longueur de l'étiquette est d'environ 18,8 cm
 - (b) Dessiner l'étiquette à l'échelle $\frac{1}{3}$.

7.1 Corrigé

1. 1 kg de fraises nécessitent 700 g de sucre donc 1,8 kg de fraises nécessitent $700 \times 1,8 = 1260/g$ de sucre.
2. — La hauteur disponible est de $12 - 1 = 11$ cm. Le rayon du cylindre est $\frac{6}{2} = 3$ cm
— Le volume disponible dans un pot est $V \approx 3,14 \times 3^2 \times 11 \approx 311$ cm³. 2,7 litres représentent 2700 cm³
— $\frac{2700}{311} \approx 8,68$ donc le nombre de pots que Léo peut remplir est $N = 8$
3. (a) La longueur de l'étiquette est le périmètre du cercle de diamètre $D = 6$ cm c'est-à-dire $\pi D \approx 3,14 \times 6 \approx 18,84$ cm
(b) Il faudra dessiner une étiquette de longueur $\frac{18,84}{3} \approx 6,28$ cm et de hauteur $\frac{12}{3} = 4$ cm