CRPE 17 GA1

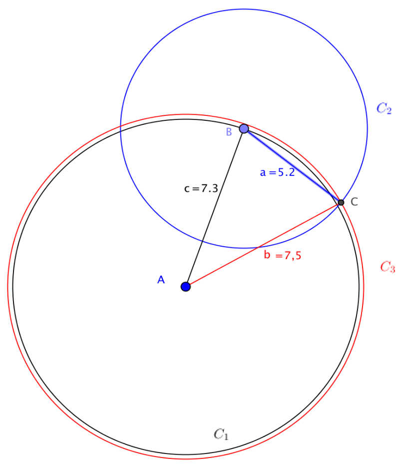
Professeur : Christian CYRILLE

20 novembre 2017

1 Partie 1 - 13 points

1.1 Représentation géométrique

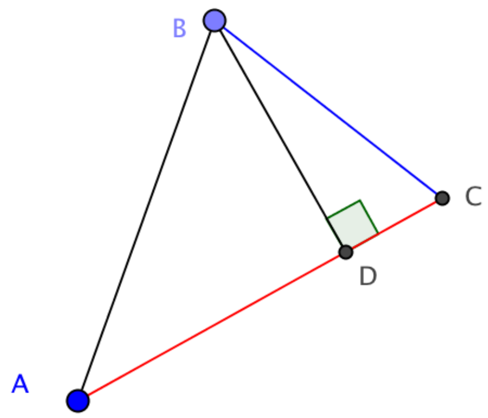
1. - $7,3\ cm$ sur la carte représentent $204,4\ km = 20440000\ cm$
   - Donc $1\ cm$ sur la carte représente $\frac{20440000}{7,3} = 2800000\ cm = 28\ km$
   - Par conséquent les $210\ km$ de la distance Bordeaux-Montauban sont représentés sur la carte par $AC = \frac{210}{28} = 7,5\ cm$
   - les $145,6\ km$ de la distance Brive La Gaillarde -Montauban sont représentés sur la carte par $BC = \frac{145,6}{28} = 5,2\ cm$
2. Pour construire le triangle ABC on procède ainsi en utilisant une règle et un compas :
   - On construit le cercle C_1 de centre 1 et de rayon $7,3$
   - Sur ce cercle C_1 , on choisit un point B
   - On crée le cercle C_2 de centre B et de rayon $5,2$
   - On crée le cercle C_3 de centre A et de rayon $7,5$
   - On crée C point d'intersection des cercles C_2 et C_3



3. L'échelle utilisée est $\frac{1}{28}$ ième

1.2 Etude de faisabilité

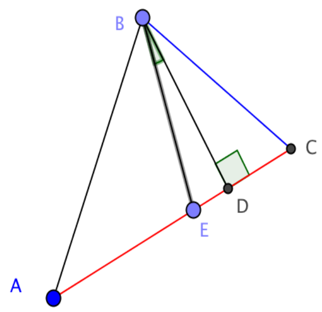
1. Pour que la distance BD de B au segment $[AC]$ soit minimale il faut que D soit le projeté orthogonal de B sur $[AC]$.
La droite (BD) est donc la hauteur du triangle ABC issue de B.



2. D'après la Formule d'Al-Kashi, on sait que
$BC^2 = \overrightarrow{BC}^2 = (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})^2 = \overrightarrow{BA}^2 + \overrightarrow{AC}^2 + 2\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC} = BA^2 + AC^2 - 2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$
$BC^2 = BA^2 + AC^2 - 2AB\ AC\ cos(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}) = BA^2 + AC^2 - 2\ AB\ AC\ \dfrac{AD}{AC}$
C'est ainsi que l'on a obtenu : $BC^2 = BA^2 + AC^2 - 2\ AB\ AD$.
Donc $(5,2)^2 = (7,3)^2 + (7,5)^2 - 2(7,5)AD$ donc $15AD = (7,3)^2 + (7,5)^2 - (5,2)^2 = 53,29 + 56,25 - 27,04 = 82,5$
On obtient alors $AD = \dfrac{82,5}{15} = 5,5\ cm$
3.
   - $CD = AC - AD = 7,5 - 5,5 = 2\ cm$
   - Le triangle ADB est rectangle en D donc d'après le théorème de Pythagore, on a $AD^2 + BD^2 = AB^2$ donc $BD^2 = AB^2 - AD^2 = (7,3)^2 - (5,5)^2 = 53,29 - 30,25 = 23,04$ d'où $BD = \sqrt{23,04} = 4,8\ cm$

1.3 Validation du projet

Attention, il faut mettre la calculatrice en mode degré ! ! !



1. Le triangle BDE est rectangle en D donc $tan(\widehat{DBE}) = \dfrac{DE}{BD} = \dfrac{0,9}{4,8} = \dfrac{9}{48} \approx 0,1875$.
en utilisant sur la calculatrice la touche $Arctan$ ou tan^{-1} on obtient $\widehat{DBE} = arctan(0,1875) \approx 10,61°$.

2. Comme le triangle BDE est rectangle en D alors d'après le théorème de Pythagore, on a :
$BE^2 = BD^2 + ED^2 = (4,8)^2 + (0,9)^2 = 23,04 + 0,81 = 23,85$ d'où $BE = \sqrt{23,85} \approx 4,8836646179 \approx 4,88$.
On peut retrouver la valeur de $\widehat{DBE}$:

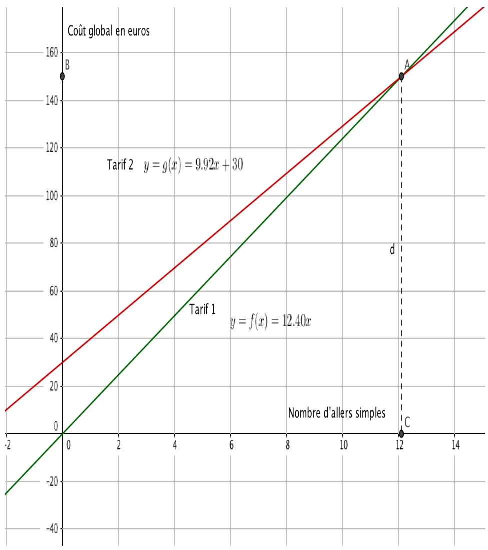
- soit par $sin(\widehat{DBE}) = \dfrac{DE}{BE} = \dfrac{0,9}{4,8836} \approx 0,18429$ d'où $\widehat{DBE} = arcsin(0,18429) \approx 10,62°$
- soit par $cos(\widehat{DBE}) = \dfrac{BD}{BE} = \dfrac{4,8}{4,8836} \approx 0,98288$ d'où $\widehat{DBE} = arccos(0,98288) \approx 10,62°$

3. Sachant qu'1 cm sur la carte correspond en réalité à 28 km alors la longueur de la portion d'autoroute à réaliser est : $4,88 \times 28 = 136,64 \approx 136,7$ km.

1.4 Tarification

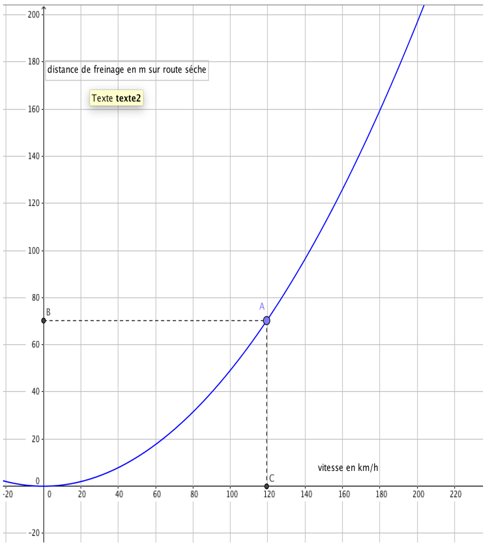
On note x le nombre d'allers-simples.

1. Le tarif 2 deviendra plus avantageux lorsque dans le graphique la droite D_g sera en dessous de la droite D_g représentant le tarif 1 donc lorsque $x > 12$
2. Sans badge, un aller simple coûte $12,40$ $euros$ donc le coût global pour le tarif 1 est $f(x) = 12,40\ x$
3. - Réduire de 20% le prix de l'aller simple revient à multiplier ce prix par $0,80$ donc vaut $0,8 \times 12,40 = 9,92$ $euros$
   - Comme le badge coûte 30 $euros$
   - Alors le coût global pour le tarif 2 est $g(x) = 9,92\ x + 30$
4. Pour retrouver par le calcul quand est ce que le tarif 2 devient plus avantageux, il suffit de résoudre l'inéquation $g(x) \geq f(x)$.
$g(x) \leq f(x) \iff 9,92x + 30 \leq 12,40x \iff 30 \leq 12,40x - 9,92x \iff 30 \leq 2,48x \iff \dfrac{30}{2,48} \leq x$
$\iff x \geq 12,08$



1.5 Les dangers de l'autoroute

1. - En 1 $h = 3600''$ la voiture parcourt 120 $km = 120000$ m
   - Donc en $1''$ la voiture parcourt $\dfrac{120000}{3600} \approx 33,33$ m
   - Comme le conducteur est fatigué alors son temps de réaction est de $2''$ donc la distance de réaction D_r est d'environ $66,7$ m



2. D'après la courbe, à 120 km/h la distance de freinage $D_f = 70\ m$
   donc la distance d'arrêt $D_a = D_r + D_f \approx 66,7 + 70$
   $D_a \approx 136,7\ m$ donc la collision avec le cerf qui est à 150 m pourra être évitée.
3. La formule à écrire en $B3$ est $= A3 * A3/(254 * 0.8)$

	A	B
1	Distance de freinage Route séche	
2	V(en km/h)	Df(en m)
3	10	0,492125984
4	20	1,968503937
5	30	4,429133858
6	40	7,874015748
7	50	12,30314961
8	60	17,71653543
9	70	24,11417323
10	80	31,49606299
11	90	39,86220472
12	100	49,21259843
13	110	59,54724409
14	120	70,86614173
15	130	83,16929134
16		

	A	B
1	Distance de freinage Route séche	
2	V(en km/h)	Df(en m)
3	10	=A3*A3/(254*0,8)
4	20	=A4*A4/(254*0,8)
5	30	=A5*A5/(254*0,8)
6	40	=A6*A6/(254*0,8)
7	50	=A7*A7/(254*0,8)
8	60	=A8*A8/(254*0,8)
9	70	=A9*A9/(254*0,8)
10	80	=A10*A10/(254*0,8)
11	90	=A11*A11/(254*0,8)
12	100	=A12*A12/(254*0,8)
13	110	=A13*A13/(254*0,8)
14	120	=A14*A14/(254*0,8)
15	130	=A15*A15/(254*0,8)
16		

2 Partie 2

2.1 Exercice 1

1. Nous pouvons compléter ce tableau à l'aide d'un tableur
   - en $B2$ on entre la formule $= F2 - SOMME(C2 : F2))$
   - en $B4$ on entre la formule $= F4 - SOMME(C4 : F4))$
   - en $D5$ on entre la formule $= D7 - (D1 + D2 + D3 + D4 + D6)$
   - en $E5$ on entre la formule $= F5 - SOMME(B5 : D5)$
   - en $F6$ on entre la formule $= SOMME(B6 : E6)$
   - en $F7$ on entre la valeur 12527
   - en $F3$ on entre la formule $= F7 - (F2 + F4 + F5 + F6)$
   - en $C3$ on entre la formule $= F3 - (B3 + D3 + E3)$
   - en $C7$ on entre la formule $= SOMME(C2 : C6)$

   d'où

	A	B	C	D	E	F
1		De 15 à 25 ans	De 26 à 44 ans	De 45 à 60 ans	Plus de 60 ans	Total
2	Pas du tout	22	82	415	147	666
3	Une fois	682	3794	1243	589	6308
4	Deux fois	413	634	552	138	1737
5	Trois fois	174	95	384	1254	1907
6	Quatre fois ou plus	251	418	923	317	1909
7	Total	1542	5023	3517	2445	12527
8						

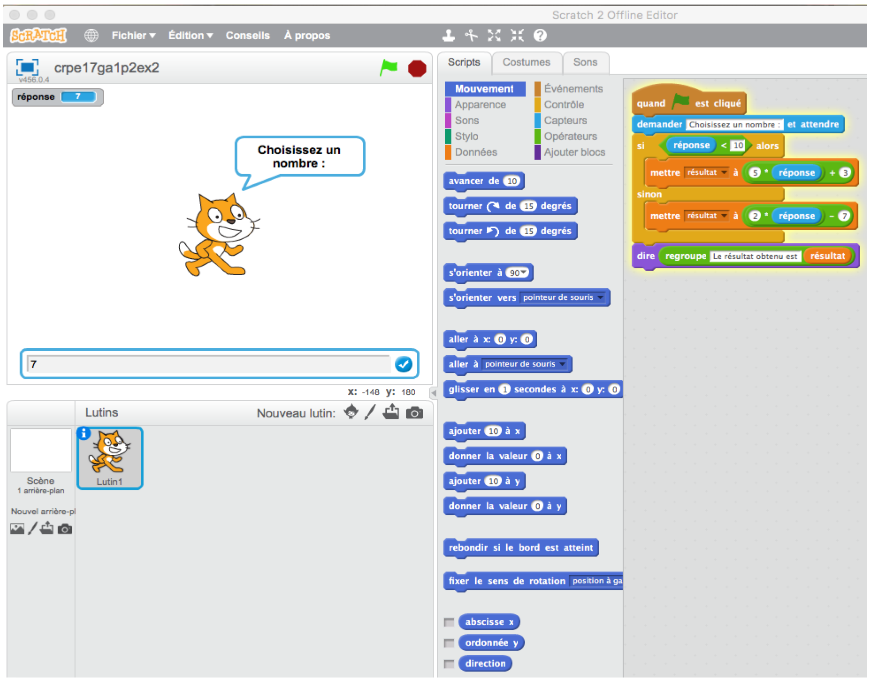
2. (a) Appelons A l'évènement considéré. Alors $Pr(A) = \dfrac{1737}{12527} \approx 0,138$

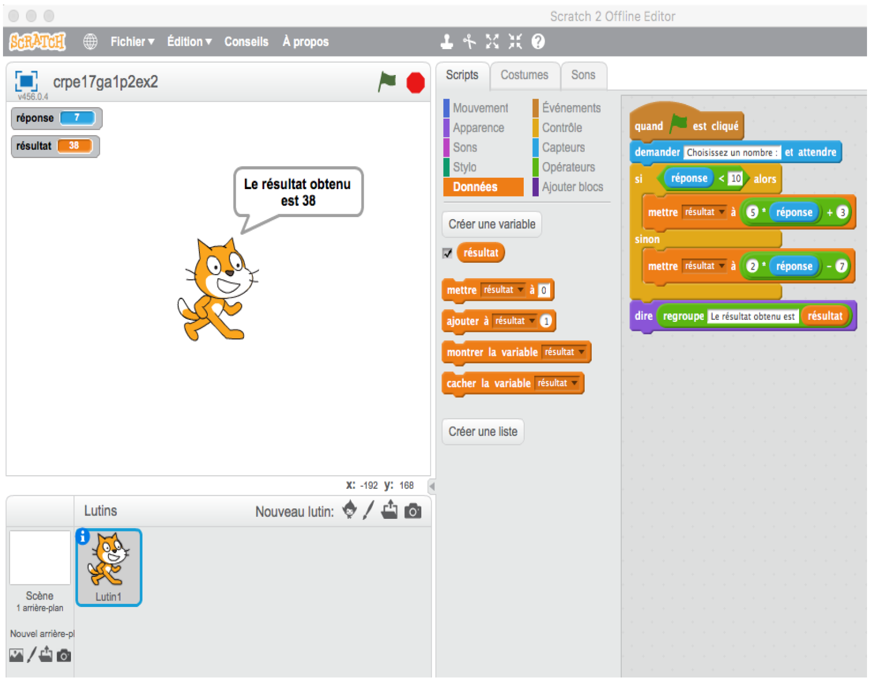
   (b) Appelons B l'évènement considéré. Alors $Pr(B) = \dfrac{1542 + 5023}{12527} = \dfrac{6565}{12527} \approx 0,524$

   (c) Appelons C l'évènement considéré. Alors $Pr(C) = \dfrac{1254 + 317}{12527} = \dfrac{1571}{12527} \approx 0,125$

2.2 Exercice 2

1. Si l'on rentre le nombre 7 dans la case-mémoire REPONSE, comme la condition booléenne $7 < 10$ est vraie alors le bloc d'instruction du ALORS va s'exécuter :
   La case-mémoire RESULTAT va recevoir $5 * 7 + 3$ c'est-à- dire 38.
   A la sortie de l'instruction SI .. ALORS ... SINON l'ordinateur affichera ce qu'il y a dans la case-mémoire RESULTAT c'est-à-dire 38
2. Si l'on rentre le nombre $12,7$ dans la case-mémoire REPONSE, comme la condition booléenne $12,7 < 10$ est fausse alors le bloc d'instruction du SINON va s'exécuter :
   La case-mémoire RESULTAT va recevoir $2 * 12,7 - 7$ c'est-à- dire $18,4$.
   A la sortie de l'instruction SI .. ALORS ... SINON l'ordinateur affichera ce qu'il y a dans la case-mémoire RESULTAT c'est-à-dire $18,4$
3. Si l'on rentre le nombre -6 dans la case-mémoire REPONSE, comme la condition booléenne $-6 < 10$ est vraie alors le bloc d'instruction du ALORS va s'exécuter :
   La case-mémoire RESULTAT va recevoir $5 * (-6) + 3$ c'est-à- dire $-30 + 7$ donc -23.
   A la sortie de l'instruction SI .. ALORS ... SINON l'ordinateur affichera ce qu'il y a dans la case-mémoire RESULTAT c'est-à-dire -23


Scratch 2 Offline Editor
Fichier Édition Conseils À propos
crpe17ga1p2ex2
réponse 7
Choisissez un nombre :
quand est cliqué
demander Choisissez un nombre : et attendre
si réponse < 10 alors
mettre résultat à 5 * réponse + 3
sinon
mettre résultat à 2 * réponse - 7
dire regroupe Le résultat obtenu est résultat
Lutins
Nouveau lutin:
Lutin1


Scratch 2 Offline Editor
Fichier Édition Conseils À propos
crpe17ga1p2ex2
réponse 7
résultat 38
Le résultat obtenu est 38
quand est cliqué
demander Choisissez un nombre : et attendre
si réponse < 10 alors
mettre résultat à 5 * réponse + 3
sinon
mettre résultat à 2 * réponse - 7
dire regroupe Le résultat obtenu est résultat
Lutins
Nouveau lutin:
Lutin1

2.3 Exercice 3

1. Un nombre entier premier est un nombre entier qui n'a que deux diviseurs positifs : 1 et lui-même.
   La somme des chiffres de 117 est 9 donc ce nombre est divisible par 3 donc 117 n'est pas premier.
   En fait, $117 = 3^2\ 13$ donc les diviseurs de 117 sont $\{1; 3; 9; 13; 39; 117\}$.
   L'affirmation de l'énoncé est donc fausse.

2. (a)
   - Méthode 1 : utilisation des identités remarquables $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ et $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$
     $(n+2)^2 - (n-2)^2 = n^2 + 4n + 4 - [n^2 - 4n + 4] = n^2 + 4n + 4 - n^2 + 4n - 4 = 8n$ donc c'est un multiple de 8
   - Méthode 2 : utilisation de l'identité remarquable $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
     $(n+2)^2 - (n-2)^2 = [(n+2) + (n-2)][(n+2) - (n-2)] = (2n)\,(4) = 8n$ donc c'est un multiple de 8

   L'affirmation de l'énoncé est donc vraie.

   (b) Pour $n = 1$ on a $(n+2)^2 - (n-2)^2 = 8n = 8$ qui n'est pas un multiple de 32.
   L'affirmation de l'énoncé est donc fausse.

3. S'il existe un entier n pair et divisible par 3 c'est que cet entier est divisible par 6 car 2 "t 3 sont premeirs entre eux donc cet entier et un multiple de 6.
   On cherche parmi :$0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, ...$
   On trouve que $n = 42$ convient car $42 > 7$ et 2 divise 42 et 3 divise 42 mais 9 et 4 ne divisent pas 42.
   L'affirmation de l'énoncé est donc vraie.

4. $(x-7)(x+4) = (x-7)(16-x) \iff (x-7)(x+4) - (x-7)(16-x) = 0$
   $\iff (x-7)[(x+4) - (16-x)] = 0 \iff (x-7)(x+4-16+x) = 0$
   $\iff (x-7)(2x-12) = 0 \iff x-7 = 0$ ou $2x-12 = 0 \iff x = 7$ ou $2x = 12$
   $\iff x = 7$ ou $x = 6$
   L'ensemble des solutions de cette équation est $\mathcal{S} = \{6; 7\}$
   L'affirmation de l'énoncé est donc fausse.

5.
   - Réduire la largeur y du rectangle de 20% revient à multiplier cette largeur par $0,80$. La nouvelle largeur est $0,8y$
   - Réduire la longueur x du rectangle de 10% revient à multiplier cette longueur par $0,90$. La nouvelle longueur est $0,9x$
   - Par conséquent la nouvelle aire est $(0,9x)(0,8y) = 0,72xy$
   - On a donc réduit l'aire de 28%

   L'affirmation de l'énoncé est donc vraie.

6.
   - Le prérimètre initial est $P = 2(6+9) = 2(15) = 30\ cm$
   - Réduire la largeur 6 du rectangle de 20% revient à multiplier cette largeur par $0,80$. La nouvelle largeur est $0,8(6) = 4,8\ cm$
   - Réduire la longueur 9 du rectangle de 10% revient à multiplier cette longueur par $0,90$. La nouvelle longueur est $0,9(9) = 8,1\ cm$
   - Par conséquent le nouveau périmètre $P' = 2(4,8+8,1) = 25,8\ cm$
   - $\dfrac{25,8}{30} = 0.86$ donc On a donc réduit l'aire de 14%

   L'affirmation de l'énoncé est donc fausse.