CRPE 17 GA2

Professeur : Christian CYRILLE

13 octobre 2017

1 Partie 1 - 13 points

1.1 Partie A

1. Comme $DC = DE + EC$ et que $DE = AB$ donc $EC = DC - DE = 70 - 50 = 20\ m$
   Appelons L la longueur de clôture nécessaire est en m : $L = BA + AD + DC + CB - 3,70$.
   Il est nécessaire de calculer BC. Nous utiliserons pour cela le théorème de Pythagore car le triangle BEC est rectangle en E :
   $BC^2 = EC^2 + BE^2 = 20^2 + 30^2 = 400 + 900 = 1300$ donc $BC = \sqrt{1300} = \sqrt{13 \times 100} = \sqrt{100}\sqrt{13} = 10\sqrt{13} = 36,05\ m$
   On a donc $L = 50 + 30 + 70 + 10\sqrt{13} = 150 + 10\sqrt{13} \approx 186,05$
   On prend $\boxed{L = 150 + 10\sqrt{13} \approx 186\ m}$.
2. (a) L'aire du potager est $\mathcal{A}_1 = \dfrac{BE \times EC}{2} = \dfrac{30 \times 20}{2}$
   $\boxed{\mathcal{A}_1 = 300\ m^2}$
   (b) L'aire de l'espace floral est $\mathcal{A}_2 = \dfrac{\frac{\pi AB^2}{4}}{2} = \dfrac{\pi \times 50^2}{8} = \dfrac{\pi \times 2500}{8} \approx \dfrac{7853,931}{8}$
   $\boxed{\mathcal{A}_2 \approx 981\ m^2}$
   (c) L'aire de l'espace engazonné est $\mathcal{A}_3 = Aire(ABED) - \mathcal{A}_2 = AB \times AD - \mathcal{A}_2$
   $\mathcal{A}_3 \approx 1500 - 981\ m^2$
   $\boxed{\mathcal{A}_3 \approx 519\ m^2}$

1.2 Partie B

1. Le prix total est $P = 520 \times 5 = 2600\ euros$. La remise est donc $R = 2600 - 1950 = 650\ euros$ ce qui correspond à un pourcentage de $\boxed{\dfrac{650}{2600} = 0,25 = 25\%}$.
   On peut vérifier qu'un remise de 25 % entraine que le prix à payer est : $0,75 \times 2600 = 1950$.
2. Le prix des 75 plants de salade est $75 \times 0,22 = 16,5\ euros$. Le prix des 50 pieds de tomates est donc entre $50 - 16,50$ et $55 - 16,50$.
   Notons t le prix d'un pied de tomates donc $33,5 \leq 50\ t \leq 38,5$ donc $\dfrac{33,5}{50} \leq t \leq \dfrac{38,5}{50}$.
   Par conséquent, $\boxed{0,67 \leq t \leq 0,77}$

1.3 Partie C

1. (a) Comme $M \in [AB]$ alors la distance $x = AM$ varie entre AA et AB donc $\boxed{0 \leq x \leq 50}$
   (b) Comme $AM = x$ alors $MB = 50 - x$ et $GC = DC - DG = 70 - x$ puisque $DG = AM = x$
   Alors la surface du trpèze $MBCG$ est $\dfrac{[\text{ petite base } + \text{ grande base }] \times \text{ hauteur}}{2}$
   $\mathcal{A}(MBCG) = \dfrac{[MB + GC] \times MG}{2} = \dfrac{[(50 - x) + (70 - x)] \times 30}{2}$
   $\mathcal{A}(MBCG) = \dfrac{[120 - 2x] \times 30}{2} = (120 - 2x) \times 15 = 1800 - 30x$

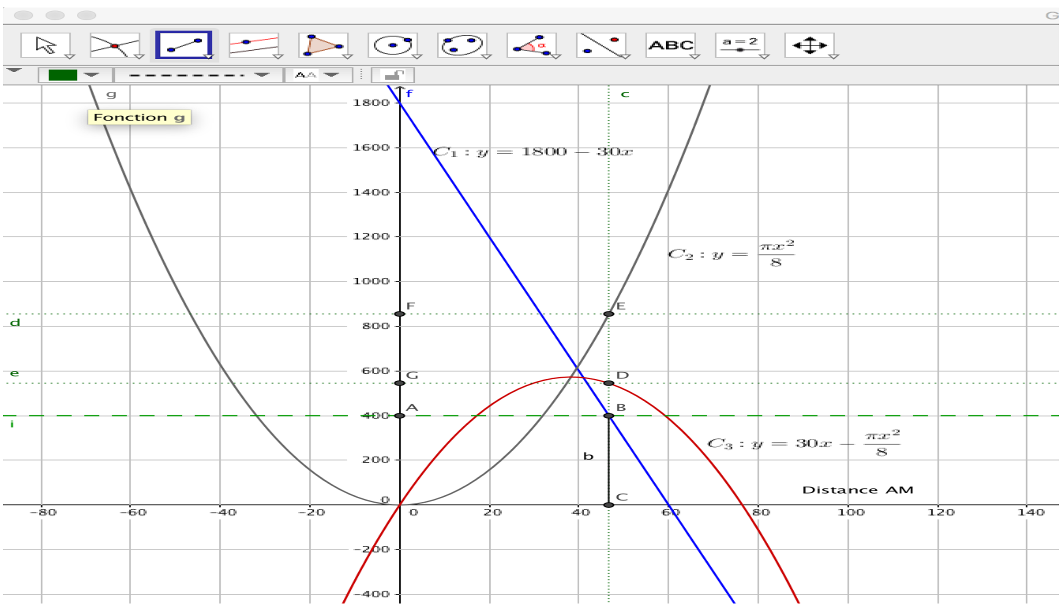
	A	B	C	D	E	F	G
1	distance AM	0	10	20	30	40	50
2	Aire du potager	1800	1500	1200	900	600	300
3	Aire pour les fleurs	0	39,2699082	157,079633	353,429174	628,318531	981,747704
4	Aire engazonnée	0	260,730092	442,920367	546,570826	571,681469	518,252296
5							

2. (a) La formule saisie en $B2$ est $= (1800 - 2 * B1)$ qu'on recopie ensuite de $C2$ jusqu'à $G2$

   (b) La formule saisie en $B3$ est $= PI() * B1 * B1/8$ qu'on recopie ensuite de $C3$ jusqu'à $G3$
   car l'aire de l'espace floral est la moitié de l'aire d'un disque de diamètre x c'est-à-dire $\dfrac{\frac{\pi x^2}{4}}{2} = \dfrac{\pi x^2}{8}$

   (c) La formule saisie en $B4$ est $= 30 * B1 - B3$ qu'on recopie ensuite de $C3$ jusqu'à $G3$
   car l'aire engazonnée est $Aire(RectangleAMGD) - Aire(espace floral)$

	A	B	C	D	E	F	G
1	distance AM	0	=B1+10	=C1+10	=D1+10	=E1+10	=F1+10
2	Aire du potager	=(1800 -30*B1)	=(1800 -30*C1)	=(1800 -30*D1)	=(1800 -30*E1)	=(1800 -30*F1)	=(1800 -30*G1)
3	Aire pour les fleurs	=PI()*B1*B1/8	=PI()*C1*C1/8	=PI()*D1*D1/8	=PI()*E1*E1/8	=PI()*F1*F1/8	=PI()*G1*G1/8
4	Aire engazonnée	=30*B1-B3	=30*C1-C3	=30*D1-D3	=30*E1-E3	=30*F1-F3	=30*G1-G3
5							



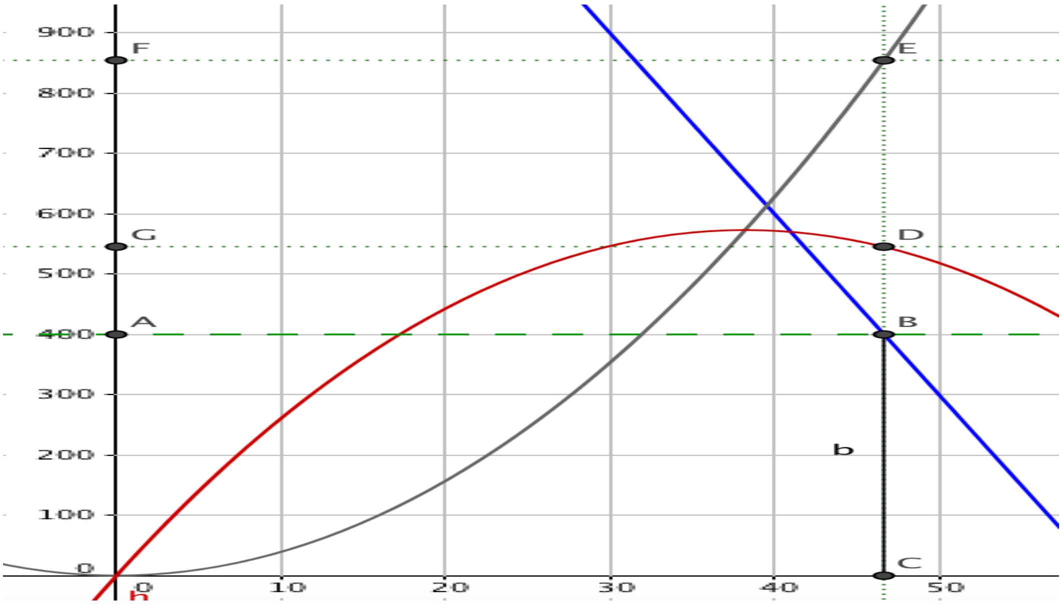
3. (a)
   - L'aire du potager est donnée par la fonction $f_1 : x \mapsto 1800 - 30x$ qui est une fonction affine donc sa représentation graphique est la droite d'équation $y = 1800 - 30x$.
     Sur le graphique, cette aire est représentée par la courbe C_1
   - L'aire de l'espace floral est donnée par la fonction $f_2 : x \mapsto \dfrac{\pi x^2}{8}$ qui est une fonction polynôme de

degré 2 donc sa représentation graphique est une partie de la parabole d'équation $y = \dfrac{\pi x^2}{8}$ qui est décroissante sur $\mathbb{R}^-$ puis croissante sur $\mathbb{R}^+$ avec un minimum car le coefficient de x^2 est positif.
Sur le graphique, cette aire est représentée par la courbe C_2

- L'aire de l'espace engazonné est donnée par la fonction $f_3 : x \mapsto 30x - \dfrac{\pi x^2}{8}$ qui est une fonction polynôme de degré 2 donc sa représentation graphique est une partie de la parabole d'équation $y = 30x - \dfrac{\pi x^2}{8}$ qui est croissante puis décroissante avec un maximum car le coefficient de x^2 est négatif.
Sur le graphique, cette aire est représentée par la courbe C_3

(b) Les courbes C_2 et C_3 se coupent en un point dont l'abscisse est $x \approx 38$. Cela veut dire que pour cet x les aires de l'espace floral et de la partie engazonnée sont égales à environ $\dfrac{\pi 38^2}{8} \approx 567\ m^2$

(c) Lorsque l'aire du potager vaut 400 graphiquement cela correspond à une valeur $x = AC \approx 46,5\ m$ ce qui va donner en utilisant les courbes C_2 et C_3 environ pour l'aire de l'espace floral $y_F \approx 855\ m^2$ et pour l'aire engazonnée $y_G \approx 544\ m^2$.



On peut obtenir tous ces résultats par calcul :

- $f_1(x) = 400 \iff 1800 - 30x = 400 \iff 1400 = 30x \iff x = \dfrac{1400}{30} \approx 46,66\ m$
- d'où l'aire de l'espace floral est $f_2(46,66) = \dfrac{\pi(46,66)^2}{8} \approx 855,21\ m^2$
- et l'aire de la partie engazonnée est $f_3(46,66) = 30(46,66) - \dfrac{\pi(46,66)^2}{8} \approx 544,58\ m^2$

4.
- $f_1(x) = 750 \iff 1800 - 30x = 750 \iff 1050 = 30x \iff x = \dfrac{1050}{30} = 35\ m$
- d'où l'aire de l'espace floral est $f_2(35) = \dfrac{\pi(35)^2}{8} \approx 481\ m^2$
- et l'aire de la partie engazonnée est $f_3(35) = 30(35) - \dfrac{\pi(35)^2}{8} \approx 569\ m^2$

2 Partie 2 - 13 points

2.1 Exercice 1

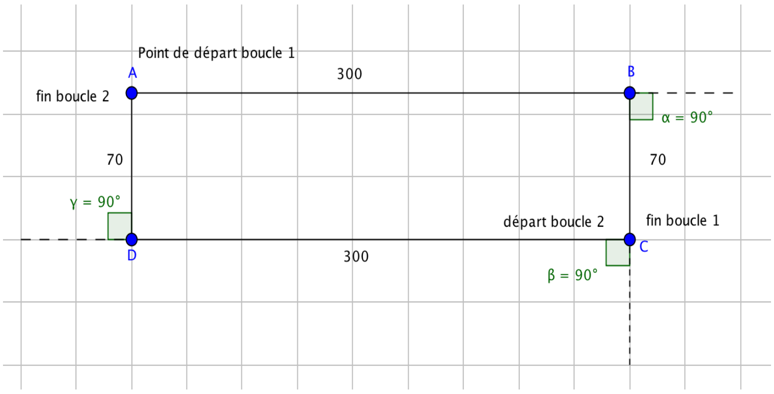
1. Soit x le nombre d'adhérents du club. Alors le nombre d'adhérents mineurs est $\frac{3}{4}x$.
   Par conséquent, le nombre d'adhérents majeurs est $x - \frac{3}{4}x = \frac{4}{4}x - \frac{3}{4}x = \frac{1}{4}x$.
   Le nombre d'adhérents majeurs ayant plus de 25 ans est donc $\frac{1}{3}\frac{1}{4}x = \frac{1}{12}x$.
   La proportion du nombre d'adhérents de plus de 25 ans est donc $\frac{\frac{1}{12}x}{x} = \frac{1}{12}$.
   L'affirmation proposée est donc fausse.
2. Soit x le prix initial de l'article, comme l'on baisse d'abord ce prix de 30% l'on obtient un nouveau prix : $0,70x$.
   On fait subir à ce nouveau prix une baisse de 20% donc on aura comme prix final de l'article $0,80(0,70x) = 0,56x$.
   Le prix initial a donc subi une baisse de 44%.
   L'affirmation proposée est donc fausse.
3. Supposons que le nombre des données est initailement de n avec une moyenne de 5. On rajoute une nouvelle donnée : 5. On est en présence alors de $n + 1$ données.
   La nouvelle moyenne est $\frac{n \times 5 + 1 \times 5}{n + 1} = \frac{5(n + 1)}{n + 1} = 5$.
   L'affirmation proposée est donc vraie.
4. Soit n un nombre entier alors son prédécessur est $n - 1$ et son successur est $n + 1$.
   Alors $(n - 1)(n + 1) - 1 = n^2 - 1 + 1 = n^2$.
   L'affirmation proposée est donc vraie.

2.2 Exercice 2

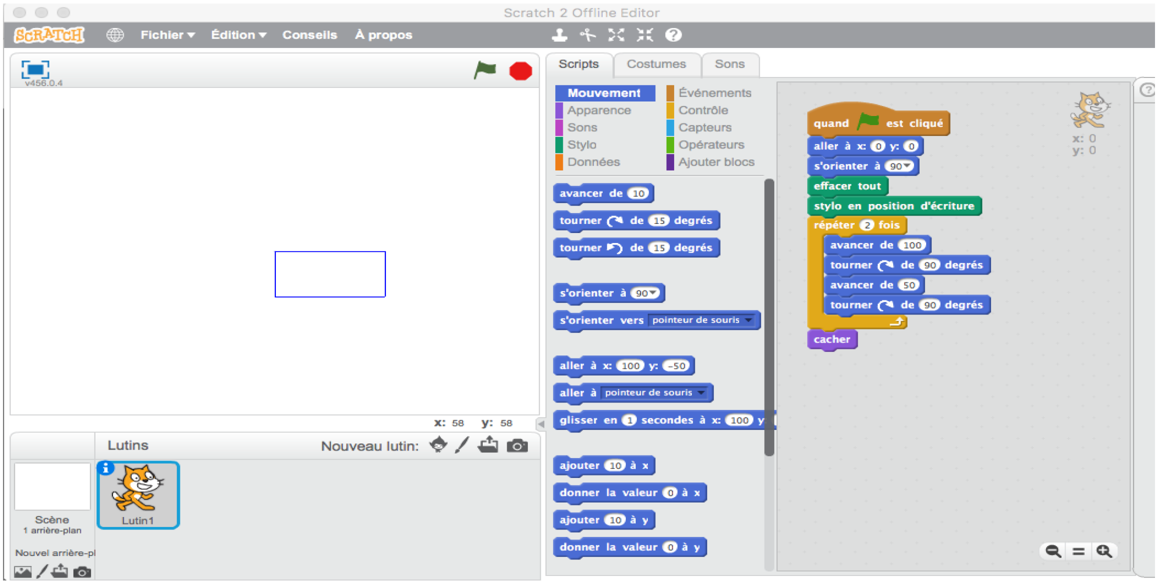
1. La valeur moyenne des précipitations en mm est :
   $\bar{x} = \frac{0 \times 4 + 0,3 \times 6 + 1,3 \times 4 + 1,7 \times 4 + 2,5 \times 3 + 7 \times 3 + 13 \times 2 + 21 \times 1 + 28 \times 2 + 42 \times 1}{30}$
   $\bar{x} = \frac{0 + 1,8 + 5,2 + 6,8 + 7,5 + 21 + 26 + 21 + 56 + 42}{30} = 187,330 \approx 6,2\ mm$
2. Le nombre total de jours est $N = 30$ alors $\frac{N}{2} = 15$. La 15ème valeur correspond à $H = 1,7\ mm$ donc la valeur médiane est $Me = 1,7\ mm$.
   Cela veut dire que pendant une quinzaine de jours il y a eu au maximum $1,7\ mm$ de précipitations et pendant une quinzaine de jours il y a plus de $1,7\ mm$ de précipitations.
3. L'étendue de cette série est la différence entre la valeur maximum et la valeur minimum des précipitations c'est-à-dire $42 - 0 = 42$
4. Le nombre de jours où la hauteur des précipitations est supérieure ou égale à 13 mm est $2+1+2+1 = 6$ ce qui correspond par rapport au nombre de jours dans la mois à un pourcentage $\frac{6}{30} = \frac{1}{5} = 0,20 = 20\%$
5. - La surface de la piste est $S = 3200 \times 50 = 160\ 000\ m^2 = 16 \times 10^4$
   - Le total des précipitations pour le mois est $H = 187,3mm = 187,3 \times 10^{-3}/m$
   - Le volume de pluie tombé au cours du mois d'avril 2016 est :
     $V = S \times H = 16 \times 10^4 \times 187,3 \times 10^{-3} = 2996,810^{4-3} = 2996,8 \times 10^1 = 29968\ m^3 = 29\ 968\ 000\ L$.

2.3 Exercice 3 - Algorithmique

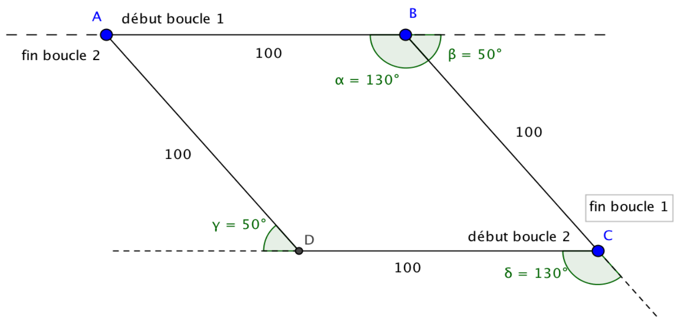
1. Programme A :
   La figure géométrique tracée est un rectangle de longueur 300 et de largeur 70 :



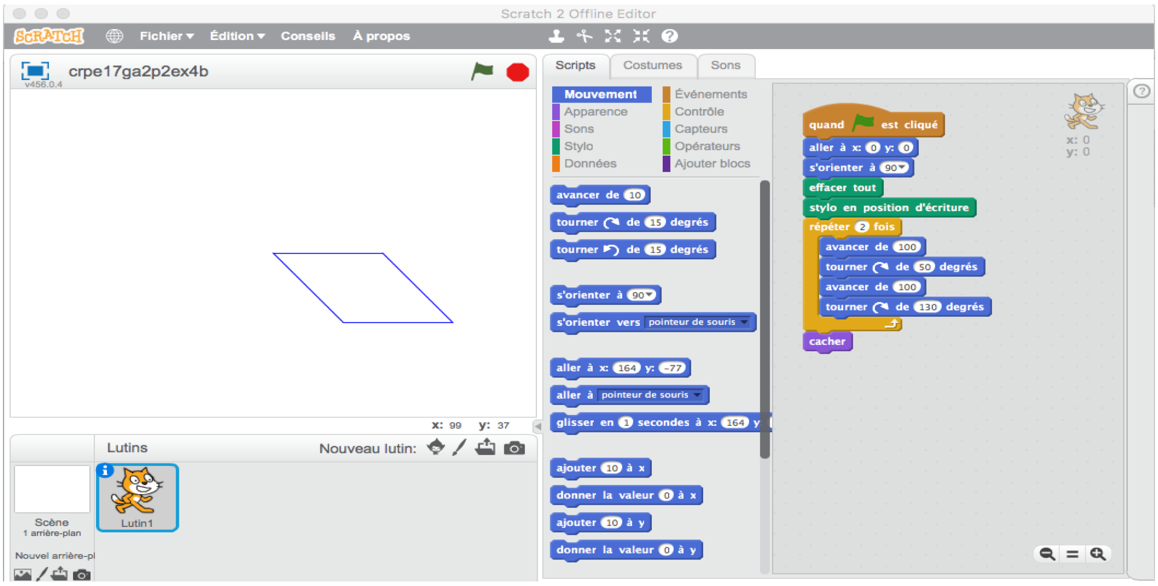
2. Programme en Scratch :



3. Programme B :
   La figure géométrique tracée est un losange de côté 100 :



4. Programme en Scratch :



2.4 Exercice 4

1. (a) La distance quotidienne aller est d telle que $nd = 120\ km$ donc $d = \dfrac{120}{n}\ km$

   (b) La distance quotidienne retour est $d-6$ telle que $(n+1)(d-6) = 120\ km$ donc $d - 6 = \dfrac{120}{n+1}\ km$

2. On a donc d'une part $d = \dfrac{120}{n}\ km$ et d'autre part $d - 6 = \dfrac{120}{n+1}\ km$ d'où $d = 6 + \dfrac{120}{n+1}\ km$.

   Par conséquent, $\dfrac{120}{n} = 6 + \dfrac{120}{n+1}$ donc $\dfrac{120}{n+1} = \dfrac{120}{n} - 6$

3. $\dfrac{120}{n+1} = \dfrac{120}{n} - 6 \iff \dfrac{120}{n+1} = \dfrac{120-6n}{n} \iff 120n = (120-6n)(n+1)$
   $\iff 120n = 120n + 120 - 6n^2 - 6n \iff 6n^2 + 6n = 120 \iff 6n(n+1) = 120 \iff n(n+1) = 20$

4. n et $n+1$ sont donc des diviseurs de 20 donc des entiers naturels inférieurs à 20. Examinons tous les cas possibles :
   - Si $n = 1$ alors $n+1 = 2$ donc $n(n+1) = 2$. Cette valeur de n ne convient pas.
   - Si $n = 2$ alors $n+1 = 3$ donc $n(n+1) = 6$. Cette valeur de n ne convient pas.
   - Si $n = 3$ alors $n+1 = 4$ donc $n(n+1) = 12$. Cette valeur de Ce n ne convient pas.
   - Si $n = 4$ alors $n+1 = 5$ donc $n(n+1) = 20$.Cette valeur de n convient .
   - Si $n = 5$ alors $n+1 = 6$ donc $n(n+1) = 30$. On arrête : on a dépassé 20.

   La rivière est descendue en 4 jours (30 km par jour) et remontée en 5 jours (24 km par jour).