Ministère de l'éducation nationale

Session 2018

PE2-18-PG3
Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES

Mardi 10 avril 2018
Deuxième épreuve d'admissibilité

Mathématiques	**Durée : 4 heures** **Épreuve notée sur 40**

Rappel de la notation :
- première partie : **13 points**
- deuxième partie : **13 points**
- troisième partie : **14 points**

5 points au maximum pourront être retirés pour tenir compte de la correction syntaxique et de la qualité écrite de la production du candidat.

Une note **globale égale ou inférieure à 10 est éliminatoire**.

Ce sujet contient 10 pages, numérotées de 1 à 10. Assurez-vous que cet exemplaire est complet.
S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage de la calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.

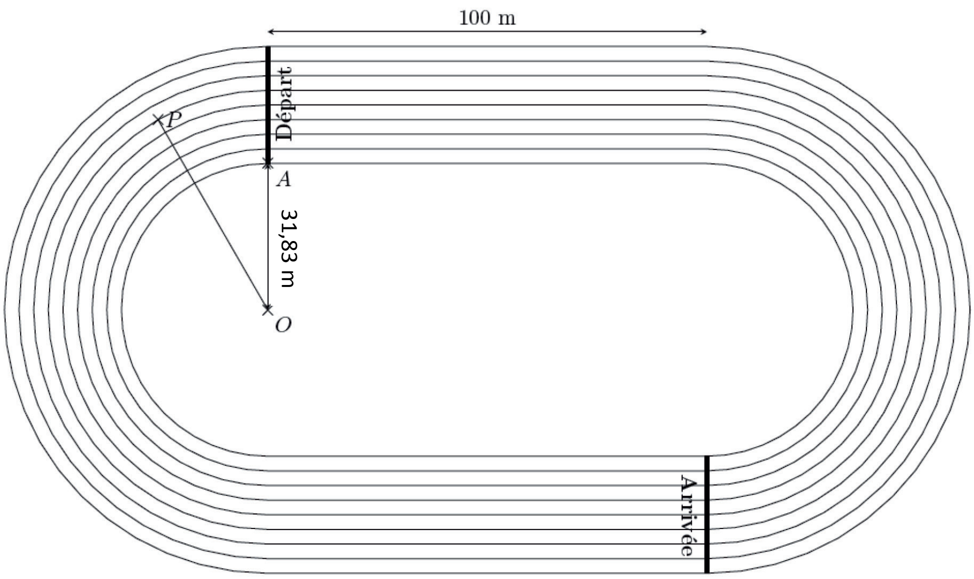
L'usage de tout autre matériel électronique, de tout ouvrage de référence et de tout document est rigoureusement interdit.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc.
Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

PREMIÈRE PARTIE (13 points)

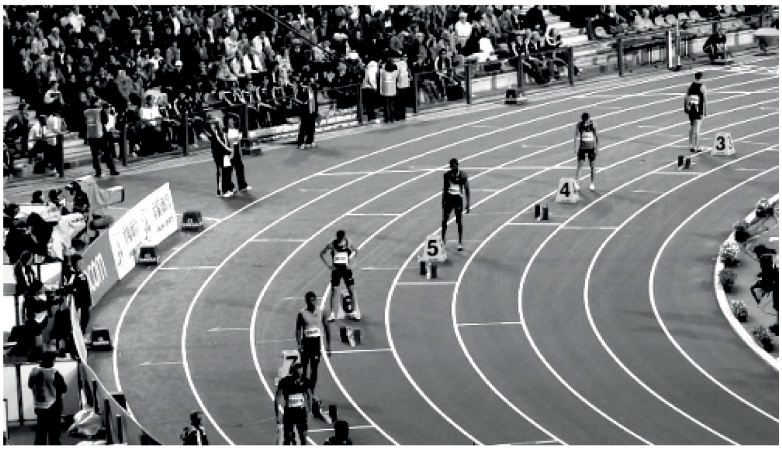
Une piste d'athlétisme est formée de huit couloirs. La largeur de chaque couloir est de 1,22 mètre. Chacun des neuf bords des huit couloirs est composé de deux lignes droites de 100 mètres et de deux demi-cercles. Le couloir 1 est celui le plus à l'intérieur, le 8 étant celui le plus à l'extérieur. Le bord intérieur du couloir 1 est composé de deux lignes droites de 100 mètres et de deux demi-cercles de rayon 31,83 mètres.
Dans tout l'exercice on négligera la largeur des bandes de peinture délimitant les couloirs.
Pour les courses de sprint (100 m, 200 m ou 400 m), il y a huit coureurs et chacun occupe un couloir.
Un coureur devant rester dans son couloir tout au long de la course, on considère que la distance qu'il parcourt est celle correspondant à la ligne la plus intérieure de son couloir.



1. Vérifier que la distance d'un tour de piste complet parcourue par le coureur du couloir 1 est d'environ 400 m.
2. Dessiner le couloir n°1 (avec ses deux bords) à l'échelle 1/1200. Indiquer les calculs effectués pour réaliser la construction.

On étudie dans les questions ci-dessous la configuration d'une course de 200 m.

3. Expliquer pourquoi il y a un décalage au départ d'une course de 200 m comme sur la photographie ci-dessous :



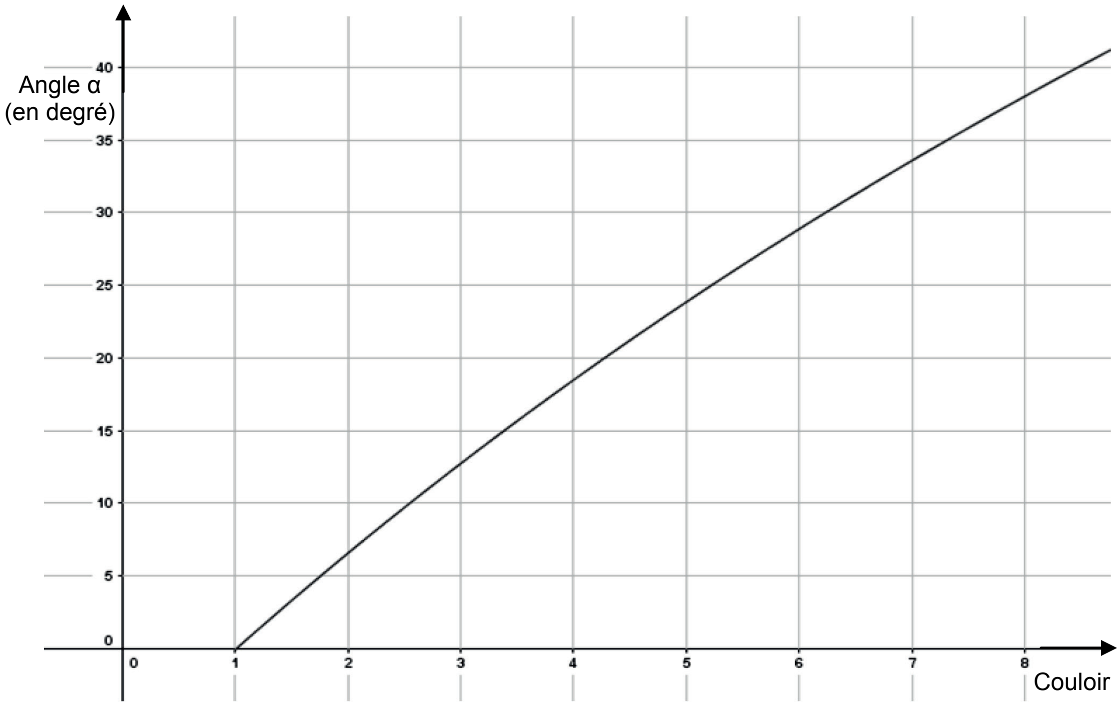
4. Sur la représentation précédente,
- le point A correspond à la position de départ du coureur dans le couloir 1 ;
- le point P correspond à la position de départ du coureur dans le couloir 6. Pour ce coureur, le décalage correspond à la longueur de l'arc de cercle de centre O et qui a pour extrémités le point P et le point de la ligne 6 situé sur la ligne « Départ ».

a. Calculer le décalage du coureur du couloir 6 au centimètre près.

On peut repérer la position de départ dans le couloir par l'angle $\widehat{AOP}$ que l'on appelle α. Cet angle dépend du numéro *n* du couloir.

b. Calculer la mesure de l'angle α pour le couloir n°6. On donnera la mesure de l'angle arrondie au dixième de degré.

Voici la courbe d'une fonction permettant de déterminer la valeur de α en fonction du couloir *n*.



c. Y a-t-il proportionnalité entre le numéro du couloir et la valeur de α ? Justifier.

d. Par lecture graphique, donner un encadrement d'amplitude 2° de la valeur de l'angle α pour le couloir 3.

e. Un élève utilise un tableur pour déterminer automatiquement le décalage et l'angle en fonction du couloir.

	A	B	C	D	E
1	**Couloir**	**Décalage**	**Angle α**		
2	1				
3	2				
4	3				
5	4				
6	5				
7	6				
8	7				
9	8				
10					

Parmi les formules suivantes, quelle formule, qu'il fera ensuite glisser dans toute la colonne, peut-il entrer dans la case B2 pour calculer le décalage ? On rappelle que « PI() » renvoie le nombre π.

Formule A	**Formule B**
=PI()*((A2)*1,22+31,83)-100	=PI()*((A2-1)*1,22+31,83)-100

Formule C	**Formule D**
=PI()*((A2)*1,22)-100	=PI()*((A2-1)*1,22)-100

Formule E	**Formule F**
=PI()*((A2)*1,22+31,83)	=PI()*((A2-1)*1,22+31,83)

Formule G	**Formule H**
=PI()*((A2)*1,22)	=PI()*((A2-1)*1,22)

5. Au 1er janvier 2018, le Jamaïcain Usain Bolt détient le record du monde du 200 mètres en 19,19 secondes.

a. Déterminer sa vitesse moyenne en km/h. Arrondir au dixième.

b. À cette vitesse-là, combien mettrait-il de temps pour effectuer un marathon dont la longueur est de 42,195 km? On donnera la réponse en heures, minutes et secondes, arrondie à la seconde près.

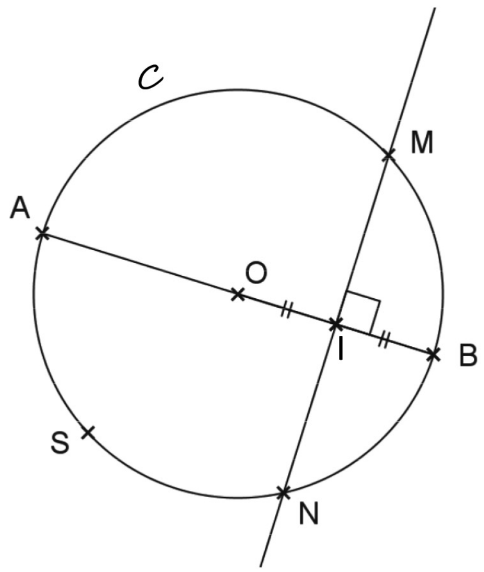
c. Le précédent record du monde du 200 mètres était détenu par l'américain Michael Johnson, « La locomotive de Wako », avec un temps de 19,32 secondes aux Jeux Olympiques d'Atlanta en 1996. De quel pourcentage Usain Bolt a-t-il réduit le temps du record du monde du 200 mètres ?

DEUXIÈME PARTIE (13 points)

Cette partie est composée de quatre exercices indépendants.

EXERCICE 1

Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas dessinée en vraie grandeur, $\mathcal{C}$ est un cercle de centre O et de rayon 5 cm. Le segment [AB] est un diamètre de ce cercle. Les points M et N sont les intersections du cercle $\mathcal{C}$ avec la médiatrice du segment [OB]. Le point I est le milieu de [OB]. Le point S est le symétrique du point M par rapport au point O.



Cette figure n'est pas dessinée en vraie grandeur.

1. Quelle est la nature du triangle OMB ? Justifier.
2. Démontrer que le quadrilatère AMBS est un rectangle.
3. Calculer la valeur exacte de l'aire du rectangle AMBS.
4. Démontrer que le quadrilatère OMBN est un losange.

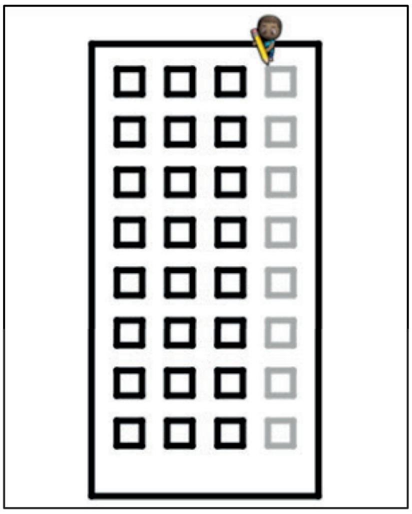
EXERCICE 2 :

Indiquer si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse. Justifier la réponse.
Une réponse inexacte ou non justifiée ne rapporte aucun point.

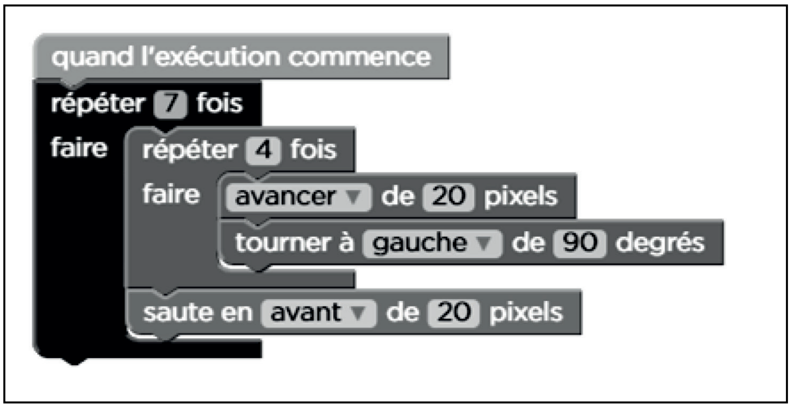
1. **Affirmation 1 :** 126 possède exactement 10 diviseurs.
2. **Affirmation 2 :** Si un polygone non croisé A a un périmètre supérieur au périmètre du polygone non croisé B alors l'aire du polygone A est supérieure à l'aire du polygone B.
3. **Affirmation 3 :** Si des prix augmentent de 5 % par an, ils auront plus que doublé en 15 ans.
4. **Affirmation 4 :** Les dimensions de mon échantillon de parfum sont cinq fois plus petites que celles de mon flacon habituel. Il y a donc 25 fois moins de parfum dans l'échantillon que dans le flacon habituel.

EXERCICE 3

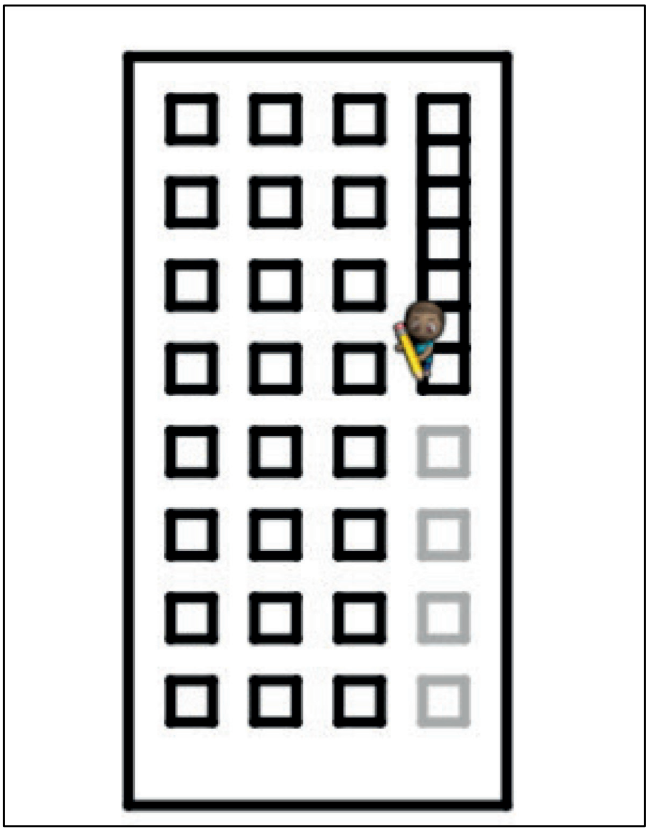
Un élève qui utilise le site « code.org » doit écrire un programme pour repasser au crayon noir les petits carrés en gris sur le dessin ci-contre.



Il propose le programme ci-dessous :



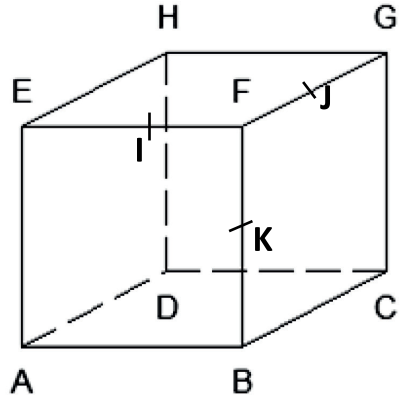
Quand il lance le programme, le dessin obtenu est le dessin ci-contre :



Que faut-il modifier dans le programme pour obtenir le dessin attendu ?

EXERCICE 4 :

Soit ABCDEFGH un cube d'arête 6 cm.

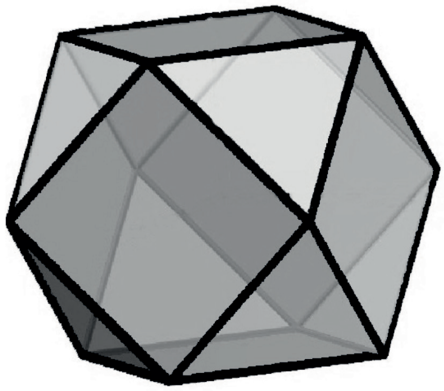


1. Soit I, J et K les milieux respectifs des arêtes [FE], [FG] et [FB].
Quelle est la nature du triangle IJK ? Justifier.

2. Montrer que le volume du tétraèdre FIJK est 4,5 cm^3. On rappelle que le volume d'une pyramide est égal au tiers du produit de l'aire d'une base par la hauteur associée.

3. Construire, en vraie grandeur, un patron du tétraèdre FIJK. On laissera les traits de construction.

4. On coupe le cube en suivant le plan (IJK), afin d'ôter le tétraèdre FIJK.
On procède de la même façon avec chacun des sept autres sommets du cube.
Le solide obtenu après ces différentes coupes s'appelle un « cuboctaèdre ».



a. Calculer le volume de ce cuboctaèdre.

b. Calculer la longueur totale de ses arêtes. On donnera le résultat arrondi au millimètre.

TROISIÈME PARTIE (14 points)

Cette partie est composée de trois situations indépendantes.

SITUATION 1

Une enseignante de CM2 propose l'exercice suivant en classe de CM2.

> Une boîte contient des dragées toutes identiques.
> 120 dragées pèsent 360 g.
> Combien pèsent 30 dragées ?

1. Proposer trois procédures pouvant être utilisées par les élèves pour résoudre cet exercice, en explicitant à chaque fois chacun des calculs effectués pour trouver le résultat attendu.

2. L'enseignante veut vérifier la maitrise de la procédure dite de retour à l'unité par les élèves. Elle souhaite garder la même forme d'exercice en modifiant les nombres en jeu dans l'énoncé pour contraindre, ou au moins encourager vivement, les élèves à utiliser cette procédure. Proposer un énoncé modifié qu'elle pourrait soumettre à ses élèves.

SITUATION 2

Un professeur des écoles distribue le problème suivant à ses élèves de CE1 et leur demande de se mettre en groupe pour le résoudre. Les productions de quatre groupes sont présentées dans la suite.

Les cinq élèves de l'équipe verte ont gagné des images.

Lisa : 12 images | Camille : 11 images

Luc : 10 images | Nora : 13 images

Ilyes : 9 images

Ils veulent se les partager pour que chacun en ait la même quantité.

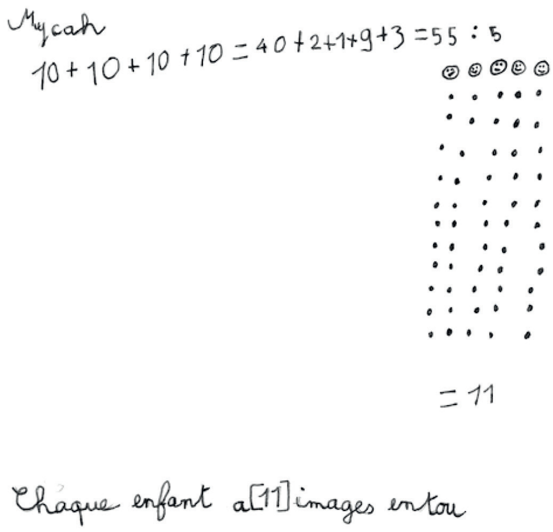
Combien d'images aura chaque enfant après le partage ?

1. Citer deux objectifs d'apprentissage que cette situation permet de travailler.

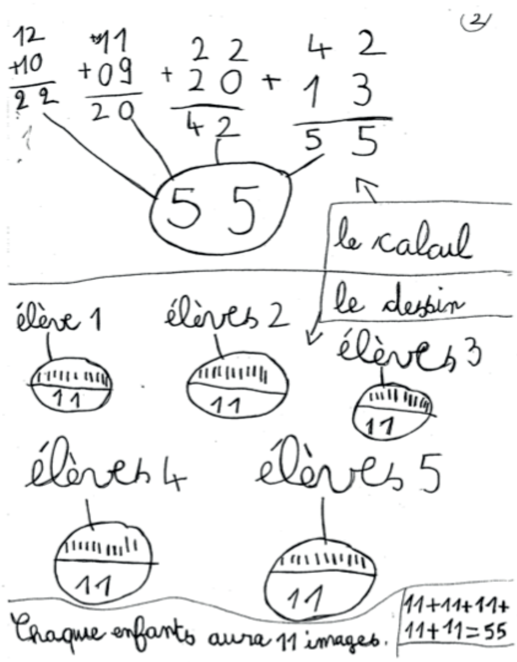
2. **a.** Expliquer chacune des stratégies d'addition pour trouver 55 pour les élèves des groupes 1 et 2 en s'appuyant sur leurs productions ci-après.

   b. Donner un point commun et deux différences dans la démarche mathématique des productions des groupes 1 et 2.

Groupe 1

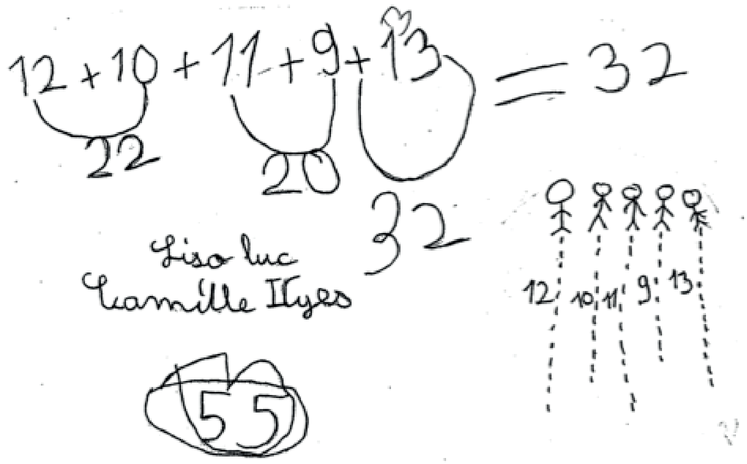


Groupe 2



3. Citer deux difficultés qu'a rencontrées le groupe 3.

Groupe 3



SITUATION 3

Voici une situation problème proposée à des élèves de CM1.

Problème 1 : Combien de sacs de 12 billes peut-on faire avec 56 billes ?

Voici trois productions d'élèves illustrant la résolution du problème 1 :

Production n°1	12+12 +12 +12 +~~12~~ = ~~60~~ 48 56 − 48 08 Avec 56 billes on peut faire 4 paquets de 18 billes. Elle il en restera 8.
Production n°2	**Recherche :** 56 − 12 = 44 (1) 44 − 12 = 32 (2) 32 − 12 = 20 (3) 20 − 12 = 08 (4) **Réponse :** 4 paquet deux douze. ~~Bille~~ reste 8 bille
Production n°3	**Recherche :** 12x1=12 12x2=24 12x3=36 12x4=50 12x~~4~~ 5 62 **Réponse :** Nous pourons faire 4 paquet de 12 billes. Il resteras 6 billes.

1. Pour chacune de ces productions, expliciter la procédure utilisée pour résoudre le problème 1 ?

2. Expliquer comment la modification des nombres de l'énoncé peut montrer les limites des procédures mises en œuvre et inciter à l'utilisation de la technique opératoire de la division ?

3. Citer trois connaissances ou capacités nécessaires pour effectuer une division posée ?