Finale Rallye Maths IREM - Cycle 3

Corrigé élaboré par le groupe Kabrit Bwa

Résumé

Nous proposons à votre réflexion les 6 exercices de la finale du cycle 3(CM1-CM2-6ème) qui s'est déroulée au Collège Dillon 2 le mercredi 27 mars 2019. Le but est de comparer différentes stratégies de résolution en particulier celles utilisées par les élèves que nous voudrions connaître. Nous nous proposons un corrigé.

1 Exercice 1 : "Bien Compter"

1.1 Sujet

Ti-Roro n'est pas très fort en anglais, il a écrit au tableau l'opération suivante.
Chaque lettre représente un chiffre différent :

$$\begin{array}{cccc} & O & N & E \\ + & O & N & E \\ \hline Z & E & R & O \end{array}$$

1. Retrouve la valeur de chaque lettre afin que l'opération soit juste.
2. Gigi, sa camarade, dit qu'on peut trouver d'autres solutions.
   Peux-tu en proposer une autre ?

1.2 Proposition de corrigé

On cherche le maillon faible de ce problème :

1.2.1 Premières hypothèses

- O, N, E, Z, E, R sont forcément des chiffres compris entre 0 et 9.
- Implicitement $O \neq 0$ sinon les deux nombres qu'on additionne seraient NE.

1.2.2 Examen de la colonne des unités

On constate que $E + E = 2E$ donc le résultat est un nombre pair donc O se termine par $0, 2, 4, 6, 8$.
On ne prendre $E = 0$ car on aurait $O = 0$ ce qui est impossible.
Par conséquent, il ne reste que 4 cas pour O à savoir $2, 4, 6$ et 8.

1.2.3 Examen de la colonne des dizaines

Il n'y a rien de particulier qui se dégage.

1.2.4 Examen de la colonne des centaines

On constate que le calcul $O + O$ doit amener à un nombre dépassant 10.

1. ou bien $E = 2$ alors $O = 4$ mais $O + O = 8$ ce n'est pas intéressant
2. ou bien $E = 3$ alors $O = 6$ donc $O + O = 12$ on a donc une retenue intéressant pour déterminer Z.
   Or il faut que l'on retrouve ZE avec $E = 3$ donc il faut une retenue qui provient du calcul de $N + N$.
3. ou bien $E = 4$ mais alors $O = 8$ et $O + O = 16$ On ne pourra retrouver $ZE = Z3$

1.2.5 Réexamen de la colonne des centaines

Comme forcément $E = 3$ alors $N + N$ qui est un nombre pair et doit en même temps donner une retenue alors on ne peut avoir $N = 2, 3, 4$.

1. On peut avoir $N = 5$ alors

$$\begin{array}{cccc} & 6 & 5 & 3 \\ + & 6 & 5 & 3 \\ -- & --- & --- & --- \\ 1 & 3 & 0 & 6 \end{array}$$

2. On pourrait avoir $N = 6$ mais les lettres doivent représenter des chiffres différents.
3. On peut avoir $N = 7$ laors

$$\begin{array}{cccc} & 6 & 7 & 3 \\ + & 6 & 7 & 3 \\ -- & --- & --- & --- \\ 1 & 3 & 4 & 6 \end{array}$$

4. On peut avoir $N = 8$ alors

$$\begin{array}{cccc} & 6 & 8 & 3 \\ + & 6 & 8 & 3 \\ -- & --- & --- & --- \\ 1 & 3 & 6 & 6 \end{array}$$

   à rejeter car R doit être différent de O qui vaut déjà 6.

5. On peut avoir $N = 9$ alors

$$\begin{array}{cccc} & 6 & 9 & 3 \\ + & 6 & 9 & 3 \\ -- & --- & --- & --- \\ 1 & 3 & 8 & 6 \end{array}$$

$\boxed{\text{3 solutions possibles : 1306 - 1346 - 1386}}$

2 Exercice 2 : "Yo tou cho"

2.1 Sujet

> C'est Noël ! Je prends mon argent de poche pour acheter des pâtés chez le boulanger. Si j'en achète un, il reste 85 centimes.
> Mais pour en acheter 4, il me manque 2 euros et 15 centimes.
> Quel est le prix d'un pâté ?

2.2 Corrigé

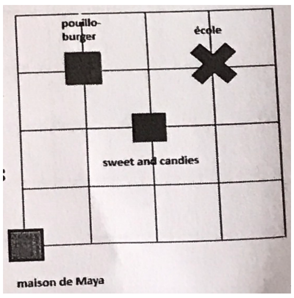
Soit x l'argent en euros que je possède et soit p le prix d'un pâté en euros alors :

- Si j'en achète un, il reste 85 centimes donc $x = p + 0,85$
- Or pour en acheter 4, il me manque 2 euros et 15 centimes donc $4p = x + 2,15$
- Donc $4p = p + 0,85 + 2,15$ donc $3p = 3$ donc $\boxed{\text{p} = 1 \quad euro}$

3 Exercice 3 : "Acacouel"

3.1 Sujet

> Maya part de sa maison pour aller à l'école. Elle suit le trajet le long des rues représentées par le quadrillage. Mais elle veut passer au magasin de bonbons "Sweet and Candies" et éviter le "Pouiloburger".
> En choisissant les trajets les plus courts, combien de trajets différents peut-elle emprunter ?



3.2 Corrigé

Vu la configuration, on peut procéder en 2 étapes :

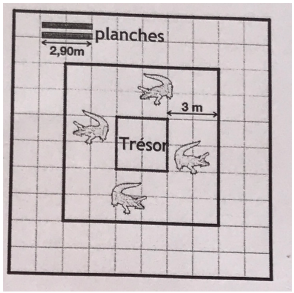
- Déterminer le nombre de chemins les plus courts entre la Maison de Maya et le magasin de bonbons : Il y en a 6
- Déterminer le nombre de chemins les plus courts entre le magasin de bonbons et l'école : il y en a 2

Par conséquent, le nombre de chemins les plus courts est $2 \times 6 = 12$

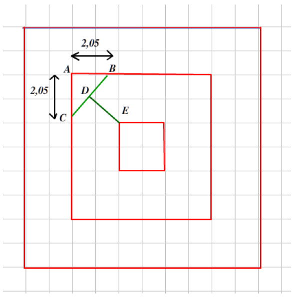
4 Exercice 4 : "Ah , les crocodiles ..."

4.1 Sujet

> Le capitaine Maths a caché son coffre au trésor sur un îlet carré entouré par des fossés de 3 m de large remplis de crocodiles. On ne dispose que de deux planches de $2,90$ m de long. Comment doit-on placer les planches pour pouvoir aller sur l'îlet sans se faire manger ? Dessine ta solution sur la figure ci-dessous :



4.2 Corrigé



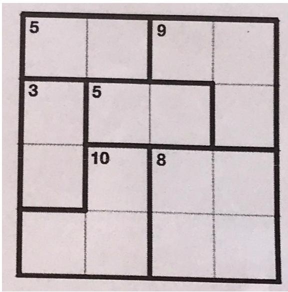
On peut justifier la position ci-dessous des deux planches en utilisant le Théorème de Pythagore.

- Posons la première planche de $2,90$ m en BC. Cela est possible car $2,90 > BC = \sqrt{(2,05)^2 + (2,05)^2} \approx 2,89$
- On peut poser la deuxième planche en DE
- Cela devrait suffire car $AD + DE = \dfrac{BC}{2} + 2,90 \approx 1,44 + 2,90 = 4,34$
- La diagonale $AE = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} \approx 4,24$

5 Exercice 5 : "Les zones"

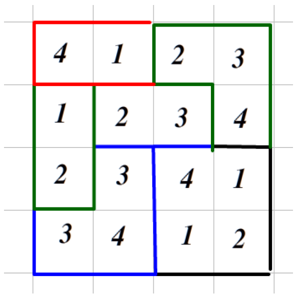
5.1 Sujet

> Compléter la grille ci-dessous en respectant les règles suivantes : On n'utilise que les nombres $1, 2, 3$ et 4. Chacun de ces nombres ne peut être utilisé qu'une seule fois par ligne et par colonne. En additionnant tous les nombres d'une zone entourée de noir, on obtient le nombre déjà inscrit dans un coin de la zone.



5.2 Corrigé

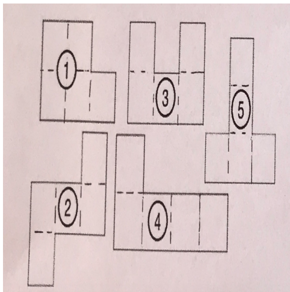
Un des maillons faibles de ce problème est la zone de 3 carreaux de somme 10
$10 = 4 + 4 + 2$ ou $10 = 3 + 3 + 4$.

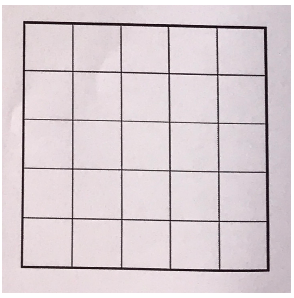


6 Exercice 6 : " Le puzzle"

6.1 Sujet

> Reconstituer le grand carré ci-dessous à l'aide des pièces suivantes (dessine-les en couleur)





6.2 Corrigé