

Rallye Mathématiques 2006

Irem Antilles-Guyane

29 janvier 2021

1 Finale Interacadémique Lycées - Énoncés et Corrigés

1.1 "Touche à mes bonbons" - 4 points

Le grand-père Mac Aron réprimande ses cinq petits enfants Edmond, Odilon, Raymond, Marion et Suzon car ils ont puisé, sans sa permission, dans sa réserve de bonbons.

Il ne lui en restait que 15 et ils ont tout mangé.

Il veut leur donner une punition en rapport au nombre de friandises mangées.

Chacun des enfants décide de lui dire une portion de vérité, mais en lui donnant une information fausse.

— Edmond : "Marion en a mangé 2 et moi 4."

— Raymond : "Marion en a mangé 1 et j'en ai pris que 2. "

— Suzon : "J'en ai croqué 2 et Marion 3."

— Marion amusée : "Ne les crois pas Papy. j'en ai pris 5 et Odilon 1."

— "Tais-toi", Odilon, qui allait prendre la parole, " je connais la vérité ", s'écrit alors le grand-père.

Combien de friandises, chaque enfant a-t-il mangé, sachant que chacun d'entre eux a mangé un nombre distinct de bonbons ?

Enfants	Edmond	Odilon	Raymond	Marion	Suzon
Nombre de bonbons mangés					

1.1.1 Corrigé

- ou bien la première affirmation d'Edmond est vraie
 - alors Marion a mangé 2 bonbons.
 - donc la première affirmation de Raymond est fausse donc sa deuxième affirmation est vraie : il a alors mangé 2 bonbons.
 - Ceci n'est pas possible car chaque enfant mange un nombre distinct de bonbons.
- Par conséquent, la deuxième affirmation d'Edmond est vraie
 - donc Edmond a mangé 4 bonbons.
 - ou bien la première affirmation de Raymond est vraie
 - donc Marion aurait mangé 1 bonbon.
 - Par conséquent la deuxième affirmation de Suzon est fausse donc sa première affirmation est vraie : Suzon aurait mangé 2 bonbons.
 - Marion affirme qu'elle en a pris 5 cette affirmation est fausse car elle aurait mangé 1 bonbon.
 - La deuxième affirmation de Marion est vraie donc Odilon aurait mangé 1 bonbon. Ce n'est pas possible car deux personnes auraient mangé le même nombre de bonbons : Marion et Odilon
 - Par conséquent, la première affirmation de Raymond ne peut être vraie.
 - ou bien la deuxième affirmation de Raymond est vraie donc Raymond aurait mangé 2 bonbons.
 - Dans ce cas, la première affirmation de Suzon est fausse donc sa deuxième affirmation est vraie donc Marion aurait mangé 3 bonbons.
 - Marion affirme qu'elle en a pris 5 cette affirmation est fausse car elle aurait mangé 3 bonbons.
 - La deuxième affirmation de Marion est vraie donc Odilon aurait mangé 1 bonbon.
 - Par conséquent, Suzon en a mangé 5.

Enfants	Edmond	Odilon	Raymond	Marion	Suzon	Total
Nombre de bonbons mangés	4	1	2	3	5	15

1.2 "Arrête ton char, Benur" - 4 points

Arthur et Benur comparent les compteurs kilométriques de leur voiture :

0	0	0	1	0
---	---	---	---	---

pour celle d'Arthur qui vient de s'offrir une nouvelle auto.

9	1	0	1	0
---	---	---	---	---

affichés au compteur de celle moins récente de Benur.

D'habitude, chaque jour, Arthur parcourt 5 fois plus de kilomètres que Benur, qui lui ne fait que 50 km au quotidien.

1. Combien de jours après la date de la comparaison du kilométrage, les deux compteurs indiqueront le même chiffre ?
2. Quel est alors le kilométrage affiché par chaque voiture depuis ce jour ?
(Quand le compteur dépasse 99999 il repasse à 00000)

1.2.1 Corrigé

Chaque jour, Arthur parcourt 5 fois 50 = 250 km et Benur parcourt 50 km.

1. Soit n le nombre de jours. Après n jours :

- La voiture d'Arthur a parcouru $10 + 250n$ kilomètres
- La voiture de Benur a parcouru $91010 + 50n$ kilomètres
- L'écart au bout de n jours est $91010 + 50n - (10 + 250n) = 91000 - 200n$

Cet écart sera nul le jour n tel que $91000 - 200n = 0$ c'est-à-dire $n = \frac{91000}{200} = 455$

2. Le 455^e

- Le compteur de la voiture d'Arthur va marquer : 13760 km
car $10 + 250 \times 455 = 113760$ et $113760 - 100000 = 13760$
- Le compteur de la voiture de Benur va marquer aussi : 13761 km
car $91010 + 50 \times 455 = 113760$ et $113760 - 100000 = 13760$

1.3 "Pédalez !" - points

Trois frères, Paulo, Gélot et Félo ont acheté un vélo d'un montant de 366,24€ pour l'offrir à leur cadet Célo.

- Paulo, l'aîné a payé le double de la somme avancée par les deux autres.
- Gélo a déboursé le tiers de la somme donnée par Paulo et Félo.
- Félo, le moins fortuné, quant à lui, a offert le onzième de la somme déboursée par ses deux frères.

Quelle somme chacun a-t-il versée pour acheter le vélo de Célo ?

Frère	Paulo	Gélot	Félo
Montant versé en euros			

1.3.1 Corrigé

Notons p , g et f les sommes versées respectivement par Paulo, Gélot et Félo. On a donc $p + g + f = 366,24$ €

- Comme Paulo, l'aîné a payé le double de la somme avancée par les deux autres, alors

$$p = 2(g + f) \text{ donc } g + f = \frac{1}{2}p \text{ d'où } p + \frac{1}{2}p = 366,24 \text{€}. \text{ D'où } \frac{3}{2}p = 366,24 \text{ donc } p = \frac{2}{3}366,24 = 244,16 \text{€}$$

- Comme Gélo a déboursé le tiers de la somme donnée par Paulo et Félo alors

$$g = \frac{1}{3}(p + f) \text{ donc } p + f = 3g \text{ d'où } g + 3g = 366,24 \text{€}. \text{ } 4g = 366,24 \text{ donc } g = \frac{366,24}{4} = 91,56 \text{€}$$

- Félo a offert le onzième de la somme déboursée par ses deux frères alors $f = \frac{1}{11}(p + g)$ donc $p + g = 11f$

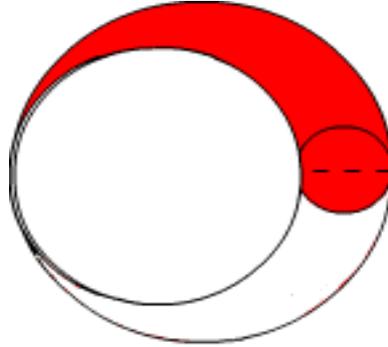
$$\text{d'où } f + 11f = 366,24 \text{€}. \text{ Par conséquent, } 12f = 366,24 \text{ donc } f = \frac{366,24}{12} = 30,52 \text{€}$$

Frère	Paulo	Gélot	Félo
Montant versé en euros	244,16	91,56	30,52

1.4 " Les cercles" - 5 points

Dans la figure ci-dessous, trois cercles, dont les rayons sont proportionnels à 1, 3 et 4 sont tangents deux à deux.

Quel est le rapport de l'aire de la zone rouge à celle de l'autre zone ?



1.4.1 Corrigé

— L'aire du cercle de rayon proportionnel à 4 est $S_1 = \pi(4k)^2 = 16k^2\pi$

— L'aire du cercle de rayon proportionnel à 3 est $S_2 = \pi(3k)^2 = 9k^2\pi$

— L'aire du cercle de rayon proportionnel à 1 est $S_3 = \pi(1k)^2 = k^2\pi$

— L'aire du domaine en rouge est $\frac{1}{2}(S_1 - S_2) + \frac{1}{2}S_3 = \frac{1}{2}(16k^2\pi - 9k^2\pi) + \frac{1}{2}k^2\pi = 4k^2\pi$

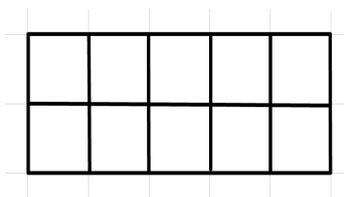
— L'aire du domaine en blanc est $S_2 + \frac{1}{2}(S_1 - S_2) - \frac{1}{2}S_3 = 9k^2\pi + \frac{1}{2}(16k^2\pi - 9k^2\pi) - \frac{1}{2}k^2\pi = 12k^2\pi$

Par conséquent, le rapport de l'aire rouge à celle de l'aire blanche est :

$$\frac{4k^2\pi}{12k^2\pi} = \frac{1}{3}$$

1.5 " Disposition carrée" - 6 points

On dispose d'une feuille rectangulaire de côtés de mesures 2 cm et 5 cm.

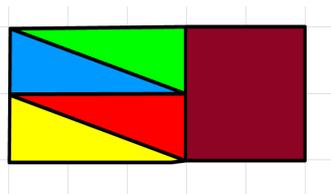


Découper cette feuille de façon à reconstituer un carré de même surface avec les morceaux (numéroter ou colorier les différents morceaux).

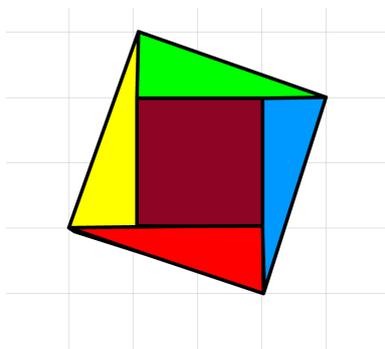
1.5.1 Corrigé

- La surface de la feuille rectangulaire est $2 \times 5 \text{ cm}^2$
- Donc il faudrait construire un carré de côté $\sqrt{10}$
- Or $1^2 + 3^2 = 10^2$ d'où l'idée suivante :

On découpe la feuille rectangulaire en 5 morceaux



On peut alors créer le carré cherché :



1.6 "A la pêche aux oursins " - 6 points

Quatre copains Aubin, Benjamin, Colin et Dantin et leurs pères, pêchent des oursins blancs sur la côte. Au bout d'une demi-heure,

- Aubin en a pêché cinq, Benjamin en a pris quatre, Colin, six et le petit Dantin seulement deux.
- Monsieur Athon en a pêché 3 fois plus que son fiston.
- Monsieur Gaston 2 fois plus que son rejeton.
- Monsieur Parys, 5 fois plus que son fils.
- Monsieur Lucien autant que le sien.

Sachant que le nombre d'oursins pêchés se termine par un 5, qui est le fils de qui ?

Père	Athon	Gaston	Parys	Lucien
Fils				

1.6.1 Corrigé

Les quatre enfants ont pêché en tout $5 + 4 + 6 + 2 = 17$ oursins.

Athon	Gaston	Parys	Lucien	Total pères	Total Pères-fils
15	8	30	2	55	72
15	8	10	6	39	56
15	12	20	2	49	66
15	12	10	4	41	58
15	4	20	6	45	52
15	4	30	4	53	70
12	10	30	2	54	71
12	10	10	6	38	55
12	12	25	2	40	57
12	12	10	5	39	56
12	4	25	6	47	64
12	4	30	5	51	68
18	10	20	2	50	67
18	10	10	4	40	57
18	8	25	2	53	70
18	8	10	5	41	58
18	4	25	4	51	68
18	4	20	5	47	64
6	10	20	6	42	59
6	10	30	4	50	67
6	8	25	6	45	62
6	8	10	5	29	46
6	12	25	4	47	64
6	12	20	5	43	60

On en déduit :

Père	Athon	Gaston	Parys	Lucien
Fils	Benjamin	Aubin	Dantin	Colin