

Rallye Mathématiques 2012

Irem Antilles-Guyane

18 janvier 2021

1 Epreuve de sélection

1.1 "ça c'est le zouk" - 3 points



Trois garçons Eric, Aymeric et Frédéric et trois filles Nathalie, Aurélie et Leslie décident d'aller danser. Ils constatent que les trois filles comme les trois garçons sont âgés de 16 ans, 17 ans et 19 ans.

Ils décident de former des couples où les danseurs ont le même âge.

Retrouver les couples et leurs âges, sachant que :

- Dans un couple les deux prénoms commencent par la même lettre.
- Leslie est la plus jeune.
- Eric a deux ans de plus qu'Aurélié.

Compléter le tableau suivant :

Filles	Garçons	Agés

1.1.1 Corrigé

- Comme dans un des trois couples l'on sait que les deux prénoms commencent par la même lettre donc forcément Aurélie et Aymeric forment un des couples.
- Vu que les âges sont 16, 17 et 19 ans et qu'Eric a deux ans de plus qu'Aurélié donc Eric a 19 ans et Aurélié et forcément Aymeric ont 17 ans.
- Le troisième garçon Frédéric a donc 16 ans et comme Leslie a aussi 16 ans alors ils sont en couple.
- La troisième fille qui reste est Nathalie qui sera en couple avec Eric.

On obtient donc

Filles	Garçons	Agés
Leslie	Frédéric	16
Aurélié	Aymeric	17
Nathalie	Eric	19

1.2 "Huit à huit" - 4 points



Comment peut-on réaliser les égalités ci-contre en insérant entre les 8 des signes arithmétiques : + ; - ; × ; : ; () .

Un même signe pouvant se répéter.

8		8		8		8	=	10
8		8		8		8	=	15
8		8		8		8	=	56
8		8		8		8	=	65
8		8		8		8	=	80
8		8		8		8	=	120
8		8		8		8	=	192
8		8		8		8	=	520

1.2.1 Corrigé

((8	+	8)	:	8)	+	8	=	10
(8	+	8)	-	(8	:	8)	=	15
(8	-	(8	:	8))	×	8	=	56
(8	:	8)	+	(8	×	8)	=	65
(8	×	8)	+	8	+	8	=	80
((8	+	8)	×	8)	-	8	=	120
(8	+	8	+	8)	×	8	=	192
(8	×	8	×	8)	+	8	=	520

1.3 "Hue, dada!" - 4 points



Karl René dit KR le célèbre jockey a remporté le grand prix du Conseil Général à l'Hippodrome de Carrère.

- Si on multiplie le n° de dossard du pur sang de KR par le numéro du second, on trouve 270.
- Si on multiplie le n° du second par celui du troisième, on trouve 360.
- Si on multiplie le n° du troisième par celui du cheval de KR, on trouve 432.

Donner le tiercé dans l'ordre :

N° du 1er	N° du 2ème	N° du 3ème

1.3.1 Corrigé

Notons x, y et z les numéros des 3 chevaux arrivés dans l'ordre en tête. Notons k le numéro du dossard de KR. Notons les 3 hypothèses suivantes :

- H_1 : Si on multiplie le n° de dossard du pur sang de KR par le numéro du second, on trouve 270.
- H_2 : Si on multiplie le n° du second par celui du troisième, on trouve 360.
- H_3 : Si on multiplie le n° du troisième par celui du cheval de KR, on trouve 432.

On peut donc affirmer que

- D'après H_1 : $ky = 270$ Or 270 n'est pas un carré parfait c'est-à-dire le carré d'un entier donc $k \neq y$
- D'après H_3 : $kz = 432$. Or 432 n'est pas un carré parfait c'est-à-dire le carré d'un entier donc $k \neq z$
- Par conséquent, $k = x$.

Pour déterminer alors le triplet d'entiers naturels (x, y, z) vérifiant les 3 équations $\begin{cases} xy = 270 \\ yz = 360 \\ xz = 432 \end{cases}$ nous allons

nous servir des listes des diviseurs de 270, 360 et 432.

$$\begin{cases} Div(270) = \{1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 27, 30, 45, 54, 90, 135, 270\} \\ Div(432) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 27, 36, 48, 54, 72, 108, 144, 216, 432\} \\ Div(360) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180, 360\} \end{cases}$$

Comme $xy = 270$ on ne peut avoir que les cas suivants

x	y	Mais $yz = 360$	donc on a z	xz	A-t-on $xz = 432$?
3	90		4	12	
6	45		8	48	
9	30		12	108	
18	15		24	432	OK
27	10		36	972	
54	5		72	3888	

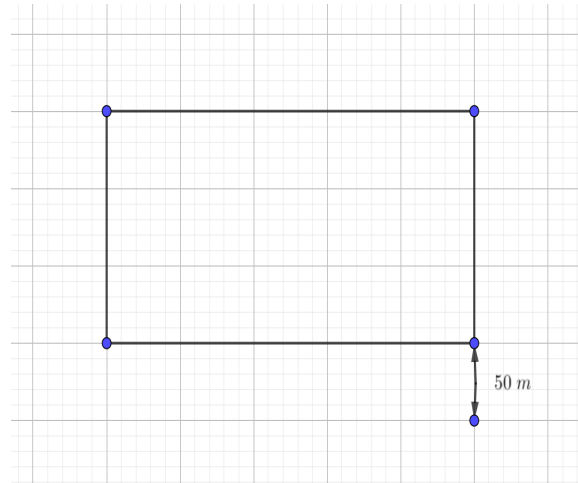
Le tiercé dans l'ordre est :

N° du 1er	N° du 2ème	N° du 3ème
18	15	24

1.4 "Repos!" - 4 points

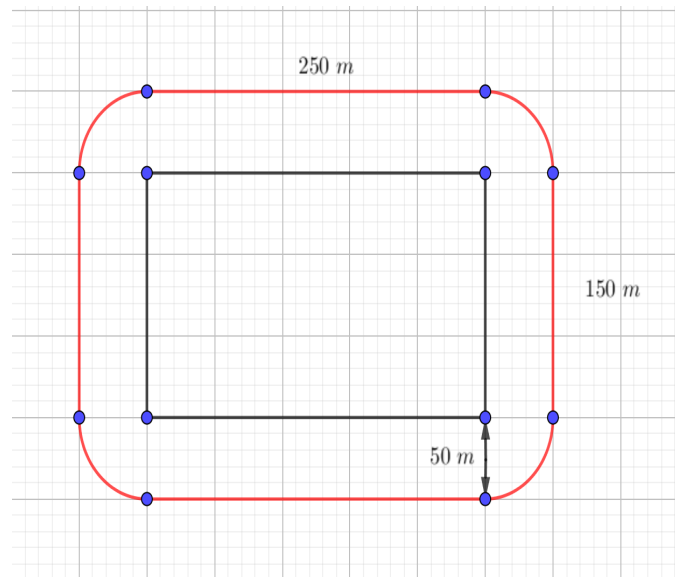
Un terrain militaire a une forme rectangulaire de dimensions 150 m et 250 m .
 Une sentinelle fait toujours le tour de ce terrain en restant toujours à 50 m du bord.

1. Tracer le trajet de ce soldat sur la figure.
2. Quelle distance parcourt la sentinelle lorsqu'elle effectue un tour complet? Arrondir à l'unité.



1.4.1 Corrigé

1. Le trajet de ce soldat sur la figure est dessiné en rouge :



2. — les quatre quarts de cercle forment un cercle de rayon $R = 50\text{ m}$ donc de longueur $2\pi R = 100\pi \approx 314\text{ m}$
 — La distance parcourt la sentinelle lorsqu'elle effectue un tour complet est donc :

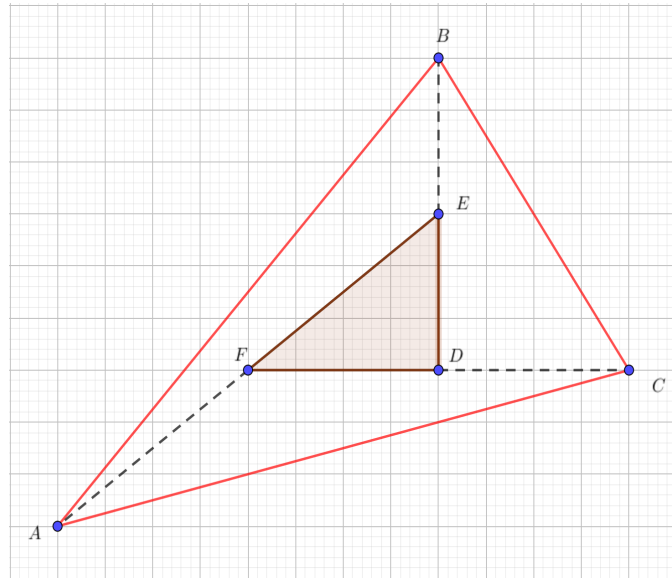
$$250 + 150 + 250 + 150 + 100\pi \approx 1114\text{ m}$$

1.5 "Au rapport !" - 5 points

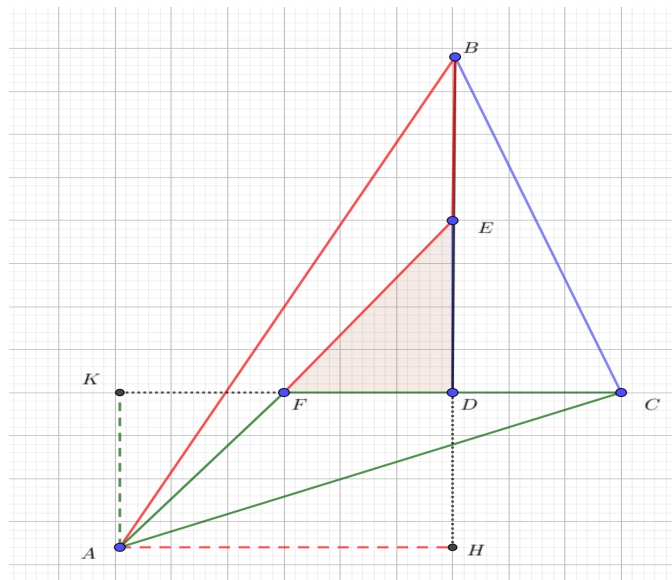
EDF est un triangle rectangle en D .

- A est le symétriques de E par rapport à F .
- B est le symétriques de D par rapport à E .
- C est le symétriques de F par rapport à D .

Quel est le rapport de l'aire du triangle ABC sur l'aire du triangle EDF ?



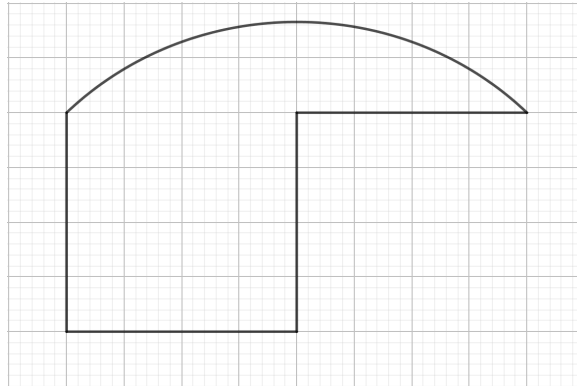
1.5.1 Corrigé



1. $\text{aire}(ABC) = \text{Aire}(EDF) + \text{aire}(AEB) + \text{aire}(AFC) + \text{aire}(BDE)$
2. Le triangle BDE est rectangle donc $\text{aire}(BDE) = \frac{BD \times DC}{2} = \frac{2 ED \times DF}{2} = ED \times FD = 2 \text{aire}(EDF)$.
3. $\text{aire}(ABE) = \frac{\text{base}EB \times \text{hauteur}AH}{2} = \frac{ED \times 2 FD}{2} = ED \times FD = 2 \text{aire}(EDF)$
4. $\text{aire}(AFC) = \frac{\text{base}FC \times \text{hauteur}AK}{2} = \frac{2 FD \times ED}{2} = ED \times FD = 2 \text{aire}(EDF)$
5. donc $\text{aire}(ABC) = 7 \text{aire}(EDF)$

1.6 "La découpe" - 5 points

On veut découper la figure ci-dessous en deux parties superposables.
Construire soigneusement la ligne de découpe.

**1.6.1 Corrigé**

La ligne de découpe est la ligne rouge :

