

Rallye Mathématiques 2003 Collèges

Irem Antilles-Guyane

11 avril 2021

1 Enoncés - Epreuve de sélection

1.1 " Puissance 2"- 3 points

Pour peser des objets de 1 à 63 kg, on dispose de 6 masses marquées de 1, 2, 4, 8, 16 et 32 kg.

1. Quelles masses utiliser pour peser un objet de 23 kg ?
2. Quelles masses utiliser pour peser un objet de 51 kg ?

1.1.1 Corrigé

1.
 - On utilise la plus grande des masses incluse dans 23 à savoir 16
 - Il manque $23 - 16 = 7$
 - On utilise la plus grande des masses incluse dans 7 à savoir 4
 - Il manque $7 - 4 = 3$
 - On utilise la plus grande des masses incluse dans 3 à savoir 2
 - Il manque $3 - 2 = 1$
 - On utilise la plus grande des masses incluse dans 1 à savoir 1alors $23 = 16 + 4 + 2 + 1$
2.
 - On utilise la plus grande des masses incluse dans 51 à savoir 32
 - Il manque $51 - 32 = 19$
 - On utilise la plus grande des masses incluse dans 19 à savoir 16
 - Il manque $19 - 16 = 3$
 - On utilise la plus grande des masses incluse dans 3 à savoir 2
 - Il manque $3 - 2 = 1$
 - On utilise la plus grande des masses incluse dans 1 à savoir 1alors $51 = 32 + 16 + 2 + 1$

Remarque :

On peut se servir de ce procédé pour connaître l'écriture en base 2 des nombres 23 et 51

Puissances de 2	$2^8 = 32$	$2^4 = 16$	$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$
23	0	1	0	1	1	1
51	1	1	0	0	1	1

Le nombre 23 en base 10 s'écrit en base 2 := $\overline{10111}$

Le nombre 51 en base 10 en base 2 := $\overline{110011}$

1.2 "Déforestation" - 4 points

Mr DUBWA achète une forêt à $60 \text{ € le } m^2$.
 Mais à la suite d'un incendie, il perd $80 m^2$.
 Il décide de revendre $72 \text{ € le } m^2$ le reste de forêt et fait un bénéfice de 12%.
 Quelle était la superficie initiale de la forêt en m^2 ?

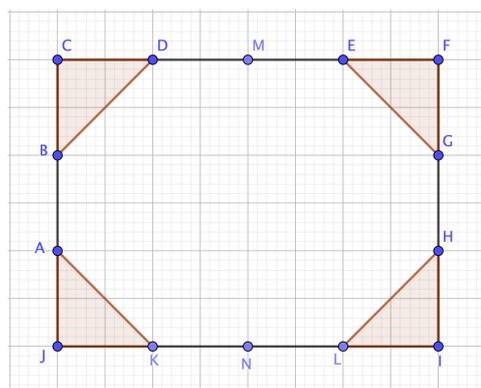
1.2.1 Corrigé

Appelons x la superficie de ce terrain en m^2 .

- Le prix d'achat de ce terrain est $60x$
- Le bénéfice créé par la vente est de 12% donc le prix de vente est $1,12(60x)$
- Le reste du terrain a une superficie en m^2 de $x - 800$
- Par conséquent ,

$$1,12(60x) = 72(x - 800) \iff 67,2x = 72x - 57600 \iff 57600 = 4,8x \iff x = \frac{57600}{4,8} = 12000 m^2$$

1.3 "L'aire de rien" - 4 points



L'aire de la surface grisée est égale à $12 m^2$.

Quelle est l'aire de la surface non grisée sachant que les triangles sont superposables et que $BC = CD$; $AC = 2 BC$; $EC = 3 Cd$

1.3.1 Corrigé

- La surface grisée est constituée de 4 aires de triangles isocèles rectangles superposables BCD, EFG, HIL, AJK .
- Comme cette surface brisée vaut $12 m^2$ alors la surface de chacun de ces triangles est $3 m^2$.
- Si l'on note x la mesure du côté BC on a donc $x^2 = 3$ donc $x = \sqrt{3}$
- On en déduit que $BC = \sqrt{3}$ et que $CF = 4\sqrt{3}$ donc l'aire du rectangle $CFIJ$ est $4\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} = 12 \times 3 = 36 m^2$

L'aire de la surface non grisée est donc $36 - 12 = 24 m^2$

1.4 "Judomath" - 4 points

Lors d'un entraînement de judo, deux combats ont lieu en même temps. Ils opposent quatre judokas : Anne, Pierre, Luc et Léa, qui portent des ceintures de couleur différente :

- Pierre affronte un adversaire de ceinture orange et Anne affronte un adversaire de ceinture noire.
- Le judoka de ceinture jaune ne rencontre pas le judoka de ceinture orange.
- Luc ne rencontre pas Pierre.
- La ceinture verte est portée par une fille.

Retrouvez la couleur de la ceinture de chacun des judokas.

1.4.1 Corrigé

- Pierre affronte un adversaire de ceinture orange donc Pierre n'a pas de ceinture orange. Or seule une fille porte la ceinture verte. Donc Pierre a soit la ceinture jaune, soit la ceinture noire.
Or le judoka de ceinture jaune ne rencontre pas le judoka de ceinture orange donc Pierre ne peut avoir la ceinture jaune. Il a donc la ceinture noire.
- Comme Anne affronte un adversaire de ceinture noire donc Anne affronte Pierre et Anne a donc la ceinture orange.
- Forcément Luc rencontre Léa. Or seule une fille a la ceinture verte. Or Anne a une ceinture orange donc Léa a la ceinture verte.
- La ceinture verte est portée par une fille.
- Luc porte donc la ceinture jaune

Pierre est ceinture	Anne est ceinture	Luc est ceinture	Léa est ceinture
noire	orange	jaune	verte

1.5 "Cherche" - 4 points

Serge doit ranger les 9 lettres du mot RECHERCHE dans les 9 cases du tableau ci-dessous. On dit que deux lettres sont voisines si elles sont dans deux cases placées l'une à côté de l'autre ou l'une au dessus de l'autre.

Aide Serge à placer ces 9 lettres de façon que :

- Chaque H est voisin d'au moins un E et un C
- Chaque C est voisin d'au moins un R et un E
- Chaque E est voisin d'au moins un R.

1.5.1 Corrigé

H	E	H
C	R	C
E	R	E

ou

H	C	E
E	R	R
H	C	E

Il y a en d'autres en faisant jouer les symétries qui rendent invariant un carré.

1.6 " Les triplets"- 5 points

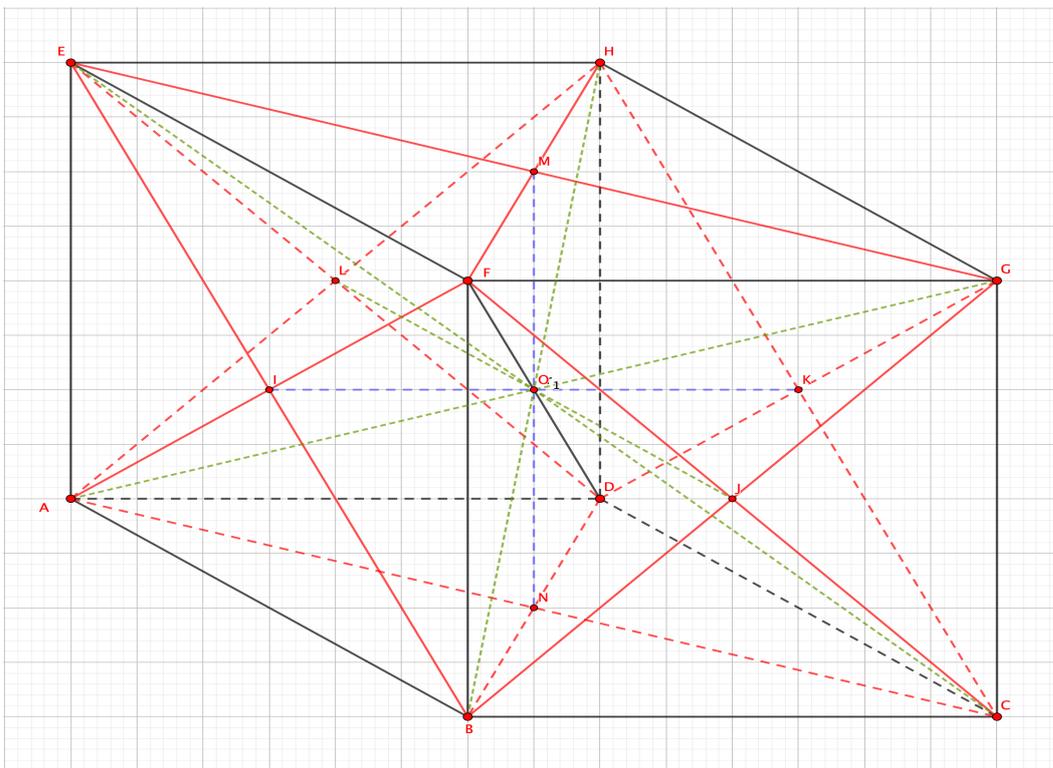
1. On marque en rouge les points suivants d'un cube : les sommets, les centres des faces, le centre du cube.

Combien de points du cube sont marqués en rouge ?

2. Un triplet de points est un ensemble de 3 points dont l'ordre n'a pas d'importance. Un triplet est aligné si ses 3 points appartiennent à une même droite.

Combien de triplets formés avec trois points rouges sont alignés ?

1.6.1 Corrigé



1. On marque en rouge les points suivants d'un cube : les 8 sommets A, B, C, D, E, F, G, H les 6 centres I, J, K, L, M, N des 6 faces, le centre O du cube.

En tout, il y a 15 points du cube sont marqués en rouge.

2.
 - Il y a d'abord les 12 triplets diagonales rouges des 6 faces.
 - Il y a ensuite les 4 triplets diagonaux du cube : $(A, O, G); (B, O, H); (C, O, E); (D, O, F)$
 - Et enfin les 3 triplets rejoignant les centres des faces opposées IOK, JOL, MON .

En tout 19 triplets formés avec trois points rouges sont alignés.